

COGNOME NOME MATRICOLA

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. Inserire le risposte negli spazi predisposti. **NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI.** Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina. 1 Esercizio = 4 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

1. Calcolare se esiste il seguente limite: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^{3n+4 \log n}$.

2. Determinare tutti i numeri complessi z tali che $|z|z^4 = 16iz$.

3. Si disegni il grafico della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^3}.$$

4. Si determini se la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n) \log n}{n^2 + 50n + 3}$ converge e/o converge assolutamente.

5. Determinare i punti di accumulazione del seguente insieme giustificando la risposta:

$$\left\{ \frac{(-1)^n}{(-1)^n + 3} \mid n \in \mathbf{N} \right\} \cup (-1/2, 0).$$

6. Calcolare il seguente integrale: $\int \frac{1}{5 - 3 \cos(x)} dx$.

7. Si enunci e dimostri il Teorema di permanenza del segno per funzioni continue.

8. Si scriva il polinomio di Taylor di ordine n della funzione $f(x) = 1/x$ con punto iniziale $x_0 = -1$:

9. Determinare i valori di x per cui la seguente funzione è derivabile: $f(x) = \frac{1}{\sin(1/x)}$