

1. Definire la nozione di derivabilità per una funzione di una variabile reale e si dimostri che il prodotto di funzioni continue in un punto è continua nel punto.

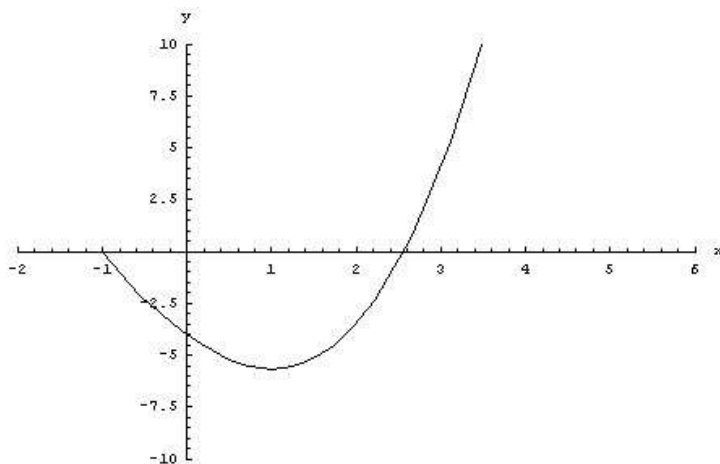
**SOLUZIONE:** Vedi libro di testo

2. Si studi la continuità e la derivabilità della seguente funzione definita a tratti  $f(x) = \begin{cases} e^x \cos x & \text{se } x \leq 0 \\ 1 + x & \text{se } x > 0. \end{cases}$

**SOLUZIONE:**  $f$  è continua e derivabile su  $\mathbf{R}$ .

3. Si disegni il grafico della seguente funzione:  $f(x) = \sqrt{x+1}(x^2 - x - 4)$ .

**SOLUZIONE:**



4. Dopo averne determinato il dominio, si calcoli la derivata della seguente funzione:  $f(x) = (\cos x)^{\log x}$ .

**SOLUZIONE:** Dominio:  $(0, \pi/2) \cup \bigcup_{k \in \mathbf{N}} (-\pi/2 + 2k\pi, \pi/2 + 2k\pi)$ . Derivata  $(\cos x)^{\log x} \left( \frac{\log(\cos x)}{x} - \log(x) \tan(x) \right)$

5. Calcolare l'integrale su  $[0, 50]$  della funzione  $f(x) = \frac{x}{2}\chi_{[0,2)}(x) - 5x^2\chi_{(-1,1]}(x)$ . Dire inoltre se  $f(x)$  è una funzione a scalini.

**SOLUZIONE:**  $-2/3$ ;  $f$  non è a scalini.

6. Calcolare il seguente integrale:  $\int_0^1 \frac{x^3}{(x-2)^3}$ .

**SOLUZIONE:**  $\int \frac{x^3}{(x-2)^3} = -\frac{4}{(x-2)^2} - \frac{12}{x-2} + x + 6 \log|x-2|$  da cui  $\int_0^1 \frac{x^3}{(x-2)^3} = 4 - 6 \log 2$

7. Dimostrare la formula per la derivata delle funzioni arcotangente e arcoseno.

**SOLUZIONE:** Vedi libro di testo

8. Calcolare il seguente limite utilizzando il polinomio di Taylor:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \cos x - (1+x)}{x^3}$ .

**SOLUZIONE:**  $-1/3$

9. Utilizzare il criterio di Newton per il calcolo delle radici di una funzione derivabile per definire una successione di numeri razionali che converge a  $-\sqrt{5}$ .

**SOLUZIONE:**  $\begin{cases} x_0 = -1, \\ x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{5}{x_n} \right) \end{cases}$