

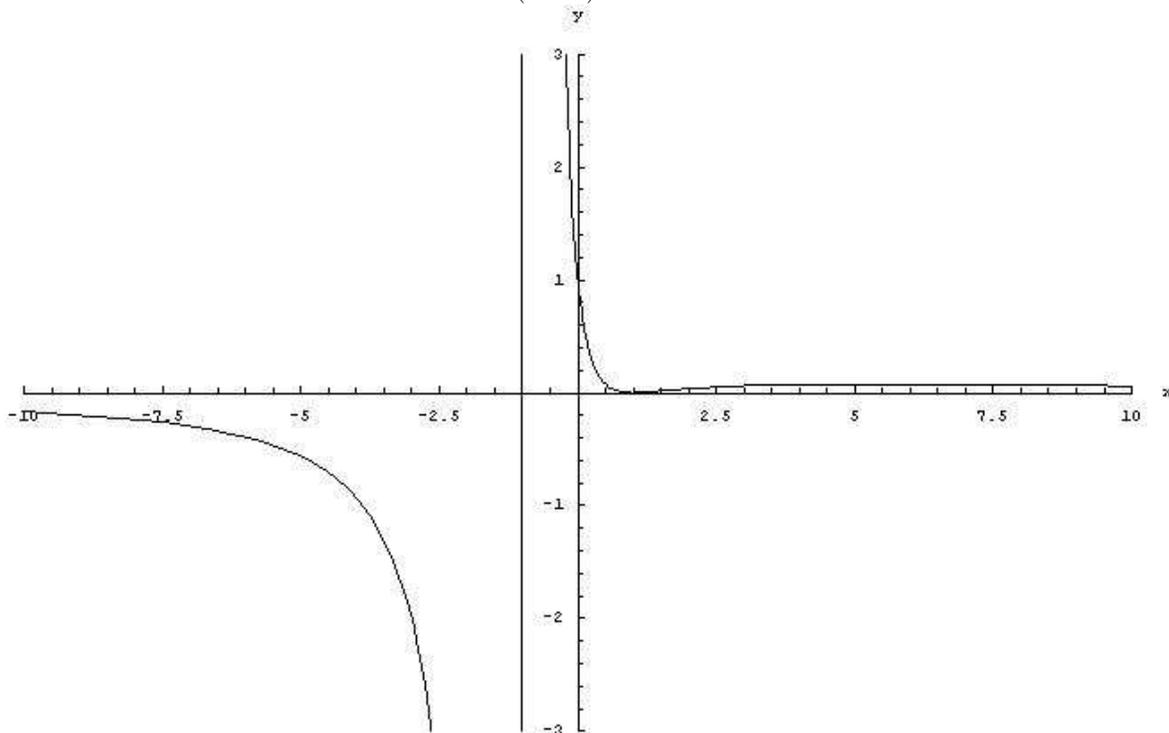
1. Calcolare se esiste il seguente limite:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^{3n+4 \log n}$ .

**RISPOSTA:**  $e^{-9}$

2. Determinare tutti i numeri complessi  $z$  tali che  $|z|z^4 = 16iz$ .

**RISPOSTA:**  $z = 0, z = 2e^{(\pi+2k\pi)i/3}, \quad k = 0, 1, 2.$

3. Si disegni il grafico della seguente funzione:  $f(x) = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^3}$ .



4. Si determini se la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n) \log n}{n^2 + 50n + 3}$  converge e/o converge assolutamente.

**RISPOSTA:** *Converge assolutamente usando il criterio del confronto ad esempio con la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2}}$*

5. Determinare i punti di accumulazione del seguente insieme giustificando la risposta:

$$\left\{ \frac{(-1)^n}{(-1)^n + 3} \mid n \in \mathbf{N} \right\} \cup (-1/2, 0).$$

6. Calcolare il seguente integrale:  $\int \frac{1}{5 - 3 \cos(x)} dx$ .

**RISPOSTA:**  $\frac{1}{2} \arctan \left( 2 \tan \left( \frac{x}{2} \right) \right)$

7. Si enunci e dimostri il Teorema di permanenza del segno per funzioni continue.

**RISPOSTA:** *Vedi libro di testo*

8. Si scriva il polinomio di Taylor di ordine  $n$  della funzione  $f(x) = 1/x$  con punto iniziale  $x_0 = -1$ :

**RISPOSTA:**  $\frac{1}{x} = -\frac{1}{1 - (x+1)} = -1 - (x+1) - \dots - (x+1)^n + R_n(x, -1)$

9. Determinare i valori di  $x$  per cui la seguente funzione è derivabile:  $f(x) = \frac{1}{\sin(1/x)}$

**RISPOSTA:**  $x \neq 0$  e  $\sin(1/x) \neq 0$ . Cioè  $x \notin \{0\} \cup \{1/k\pi \mid k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}\}$