

Secondo Appello (Elementi di Analisi I)– 18/2/2008

Es 1 [Pt. 16] Calcolare i seguenti limiti di funzioni:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \tanh \frac{x + \operatorname{sen} x}{\log x} ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{Arcsen} \frac{e^x - 1}{\operatorname{sen} x}.$$

Es 2 [Pt. 14] Studiare la funzione $f(x) = xe^{-x^2}$.

Es 3 [Pt. 30] Calcolare i seguenti integrali indefiniti (primitive)

$$\int \frac{\cos^5 x}{\operatorname{sen}^3 x} dx ; \quad \int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx .$$

Es 4 [Pt. 10] Calcolare il seguente integrale improprio: $\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx$.

Es 5 [Pt. 10] Studiare la convergenza dell'integrale improprio:

$$\int_3^{\infty} \frac{1}{(\log \log x)^{\sqrt{2}} (\log x)x} dx .$$

Es 6 [Pt. 20]

(i) Discutere la formula e la serie di Taylor (definizioni, esempi, conseguenze, etc.).

(ii) Discutere la nozione di derivata.

Risposte: **Es 1.** (i): 1. (ii): $\pi/2$.

Es 2. Funzione dispari; $y = 0$ asintoto orizzontale ($\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x \exp(-x^2) = 0$); massimo assoluto $(2e)^{-1/2}$ in $x = 1/\sqrt{2}$; minimo assoluto $-(2e)^{-1/2}$ in $x = -1/\sqrt{2}$; derivata in 0 uguale ad 1; flessi in $x = 0, \pm\sqrt{3/2}$; concava in $(-\infty, -\sqrt{3/2}) \cup (0, \sqrt{3/2})$ e convessa altrimenti.

Es 3. (i): $-\frac{1}{4} \cos(2x) - \frac{1}{2} \operatorname{csc}^2 x - 2 \log |\operatorname{sen} x|$. (ii): $6x^{1/6} - 3x^{1/3} + 2\sqrt{x} - 6 \log(1 + x^{1/6})$.

Es 4. $1/2$.

Es 5. Converge.