

Test in aula – 11/1/2008

N.B. • Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.

• È vietato: parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi, appunti, etc.; l'uso del cellulare, calcolatrici, etc.

• Le risposte vanno sempre motivate chiaramente e sinteticamente! Risposte senza giustificazioni non danno punteggio.

Es 1 [Pt. 12] Studiare la funzione $x \rightarrow f(x) = \log \frac{x^2}{x-1}$ e disegnarne il grafico.

Es 2 [Pt. 12] Dimostrare che tra i rettangoli con vertici sulla circonferenza unitaria quello che ha area massima è il quadrato di lato $\sqrt{2}/2$.

Es [Pt. 36] Calcolare i seguenti integrali indefinite (primitive)

$$\mathbf{[3.1]} \int \frac{\text{sen}(\log x)}{x} dx; \quad \mathbf{[3.2]} \int \frac{1-x}{1+\sqrt{x}} dx; \quad \mathbf{[3.3]} \int 3^x \cos x dx;$$

$$\mathbf{[3.4]} \int \frac{x}{x^3+x^2+x+1} dx; \quad \mathbf{[3.5]} \int \sqrt{2+x^2} dx.$$

Es 4 [Pt. 16] (i) Definire il campo complesso; discutere la notazione classica e la rappresentazione polare dei numeri complessi.

(ii) Trovare le due soluzioni dell'equazione $z^2 + 2iz + 3 = 0$.

Es 5 [Pt. 10] (i) Cos'è la formula di Taylor?

(ii) Calcolare lo sviluppo di Taylor attorno a $x = 0$ di $f(x) = \sinh x^2 - \cos x$ fino al sesto ordine (ossia fino a termini proporzionali a x^6 inclusi).

Es 6 [Pt. 14] (i) Definire la lunghezza di una curva descritta dal grafico di una funzione C^1 .

(ii) Descrivere il segmento che unisce i punti $(1, 0)$ con $(0, 1)$ in \mathbb{R}^2 come grafico di una funzione e calcolarne la lunghezza usando la formula del punto (i).

Risposte 1: vedi Es. 10.4, n. 14 di [G3].

2: Si calcoli il massimo della funzione $f(t) = 4 \cos t \text{sen } t$ per $t \in [0, \pi/2]$.

($f(t)$ è il valore dell'area di un rettangolo iscritto nel cerchio unitario con uno dei vertici nel punto $(x, y) = (\cos t, \text{sen } t)$).

$$\mathbf{3.1:} -\cos(\log x). \quad \mathbf{3.2:} x - \frac{2}{3}x^{3/2}. \quad \mathbf{3.3:} \frac{3^x}{1 + (\log 3)^2} (\text{sen } x + (\log 3) \cos x). \quad \mathbf{3.4:} \frac{1}{2} \left(\log \frac{\sqrt{1+x^2}}{|1+x|} + \arctan x \right).$$

$$\mathbf{3.5:} \frac{x}{2} \sqrt{2+x^2} + \log(x + \sqrt{2+x^2}).$$

4, (ii): $i, -3i$.

$$\mathbf{5,} \text{ (ii): } -1 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{x^4}{24} + \frac{121}{720}x^6.$$