

COGNOME E NOME:

Data di nascita e n. matricola:

**ATTENZIONE:** consegnare solo il foglio dell'Es 1 e questo foglio (fronte/retro) con le risposte e le relative spiegazioni sintetiche.  
**SCRIVERE CHIARAMENTE E IN ORDINE** (Fare calcoli, prove, etc. su fogli di brutta copia da non consegnare).  
Per superare l'esame è necessario riportare almeno 6 all'Es.1, 12 all'Es. 2 e 51 punti in totale.

---

**Es 2 [Pt. 20] Rispondere a cinque tra i seguenti quesiti (ognuno vale 4 punti).**

- (i) Dare la definizione di estremo inferiore e dimostrare che l'estremo inferiore di  $A = \{1/(2+n) \mid n \in \mathbb{N}\}$  è 0.
  - (ii) Calcolare le radici seste di 1 in  $\mathbb{C}$ .
  - (iii) Definire e dare esempi di: punto isolato, insieme aperto e insieme chiuso.
  - (iv) Enunciare e dare un cenno della dimostrazione del teorema di Fermat sulle funzioni derivabili.
  - (v) Enunciare e discutere (cenno di dimostrazione, esempi, etc.) il criterio della radice per serie a termini positivi.
  - (vi) Definire: una primitiva di una funzione  $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  ed una sua funzione integrale. Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo.
  - (vii) Enunciare e dare un cenno della dimostrazione del teorema della media integrale.
  - (viii) Scrivere la formula di MacLaurin ad ordine  $n$  di  $1 - \cos x^2$  con resto di Lagrange.
  - (ix) Definire l'integrale di Riemann e dare un esempio di funzione Riemann integrabile su  $[0,1]$  che non sia continua su  $[0,1]$ .
  - (x) Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:  $\ddot{x} + x = 0$ ,  $x(0) = 4$ ,  $\dot{x}(0) = -1$  e verificare la risposta data.
-

**Es 3 [Pt. 10]** Trovare le soluzioni  $z - \frac{1}{z} = i$ .

---

**Es 4 [Pt. 25]** (ogni quesito vale 8 punti)

Calcolare: (i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{\log n}}{10^n}$ ; (ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x^2}{e^{x^4} - \cos x}$ . Studiare: (iii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$ ; (iv)  $\sum_{n=10}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\log(\log n)}$ ; (v)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tanh |x|^n}{n}$ .

---

**Es 5 [Pt. 20]** (Ogni quesito vale 10 punti)

Calcolare: (i)  $\int \frac{dx}{x^2 + 2x}$ ; (ii)  $\int e^x(1 + \cos 2x) dx$ ; (iii) Discutere la convergenza di  $\int_1^{\infty} \frac{\log x}{x^2 - x} dx$ .

---

**Es 6 [Pt. 15]** Studiare e disegnare il grafico di  $f(x) = \frac{\log |x|}{x^2}$ .