

COGNOME E NOME:

Data di nascita e n. matricola:

ATTENZIONE: consegnare solo il foglio dell'Es 1 e questo foglio (fronte/retro) con le risposte e le relative spiegazioni sintetiche.

SCRIVERE CHIARAMENTE E IN ORDINE (Fare calcoli, prove, etc. su fogli di brutta copia da non consegnare).

Per superare l'esame è necessario riportare almeno 6 all'Es.1, 12 all'Es. 2 e 51 punti in totale.

Es 2 [Pt. 20] Rispondere a cinque tra i seguenti quesiti (ognuno vale 4 punti).

- (i) Dare la definizione di maggiorante, minorante, estremo superiore ed inferiore per un insieme $A \subseteq \mathbb{R}$.
 - (ii) Dare la rappresentazione trigonometrica di un numero complesso e calcolare le radici quinte di 1.
 - (iii) Definire e dare esempi di: punto di accumulazione, insieme aperto, insieme chiuso, frontiera di un insieme non vuoto.
 - (iv) Enunciare e dare un cenno della dimostrazione del teorema degli zeri per funzioni continue.
 - (v) Discutere il criterio del rapporto per serie a termini positivi.
 - (vi) Definire: una primitiva di una funzione $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ ed una sua funzione integrale. Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo.
 - (vii) Enunciare e dare un cenno della dimostrazione del teorema di Lagrange per funzioni differenziabili.
 - (viii) Scrivere la formula di MacLaurin ad ordine n di $e^x - x^2/2$ con resto di Lagrange.
 - (ix) Definire l'integrale di Riemann e dare un esempio di funzione Riemann integrabile su $[0,1]$ che non continua su $[0,1]$.
 - (x) Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy: $\ddot{x} + x = 0$, $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 1$ e verificare la risposta data.
-

Es 3 [Pt. 10] Discutere l'equazione $z^2 - \bar{z} = 1$.

Es 4 [Pt. 25] (I limiti valgono 5 punti le serie 10 punti)

Calcolare: (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^n}{n^{\log n} + 2^n}$; (ii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+x)}{\sqrt{x} + x^5}$. Studiare: (iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$; (iv) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{\sin(1/5n)}$; (v) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n^{10} + \log n}$.

Es 5 [Pt. 20] (Ogni quesito vale 10 punti)

Calcolare: (i) $\int \frac{dx}{x^2 + 2}$; (ii) $\int \frac{1}{e^x - 1} dx$; (iii) Discutere la convergenza di $\int_0^1 \frac{\sqrt{x} + x^5}{\log(1+x)} dx$.

Es 6 [Pt. 15] Studiare e disegnare il grafico di $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$.