COGNOME E NOME(in stampatello): **Codice studente (PIN):**

ATTENZIONE: consegnare solo questo foglio (fronte/retro) con le risposte e le relative spiegazioni sintetiche.
SCRIVERE CHIARAMENTE E IN ORDINE (Fare calcoli, prove, etc. su fogli di brutta copia da non consegnare)
Per superare l'esame è necessario riportare almeno 18 all'Es.1 e almeno 51 punti intotale.

Es 1 [Pt. 30] (i) Enunciare il teorema degli zeri per funzioni continue.

(ii) Enunciare le regole di derivazione per prodotto e composizione di funzioni.

(iii) Enunciare e discutere il criterio della radice per serie a termini positivi.

(iv) Dare la definizione di integrale di Riemann.

(v) Enunciare il teorema fondamentale del calcolo ed il suo corollario sulle primitive.

(vi) Enunciare il teorema della media integrale e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo.

(vii) Enunciare il teorema di Cauchy e dedurne il teorema del valor medio di Lagrange.

(viii) Scrivere la formula di Taylor in $x_0 \in (a, b)$ di ordine n con resto di Lagrange per una funzione $C^{n+1}\big((a, b)\big)$.

(ix) Dimostrare che una funzione Lipschitziana è integrabile.

(x) Definire l'energia per un oscillatore armonico di massa m e costante elastica k e dimostrare che si conserva per soluzioni dell'equazione differenziale associata

Es 2 [Pt. 20] Studiare (eventalmente al variare di $x \in \mathbb{R}$) le seguenti serie: (i) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[3]{n} - \sqrt{n}}$; (ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log\left(1+\frac{1}{n}\right)}{\log n}$; (iii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$; (iv) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin\frac{x}{3^n}$.

Es 3 [Pt. 20] Calcolare: (i) $\displaystyle\int x^2 e^{x^3}\, dx$; (ii) $\displaystyle\int \frac{2^x}{1-4^x}\, dx$; (iii) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{dx}{x(x+1)^2}$. (iv)Discutere la convergenza di $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} \sin\frac{1}{x}$.

Es 4 [Pt. 20] Studiare e disegnare i grafici di: (i) $\displaystyle\frac{x^2}{2}\log x$; (ii) x^x.

Es 5 [Pt. 10] Dare una stima del resto $R_n = f - T_n[f; x_0]$ (dove $T_n[f; x_0]$ è il polinomio di Taylor di ordine n) nel caso $f(x) = (\sin x)^2 + x$, $n = 5$, $x_0 = 0$.