

COGNOME E NOME:

Data di nascita e n. matricola:

ATTENZIONE: consegnare solo il foglio dell'Es 1 e questo foglio (fronte/retro) con le risposte e le relative spiegazioni sintetiche.
SCRIVERE CHIARAMENTE E IN ORDINE (Fare calcoli, prove, etc. su fogli di brutta copia da non consegnare).
Per superare l'esame è necessario riportare almeno 6 all'Es.1, 12 all'Es. 2 e 51 punti in totale.

Es 2 [Pt. 20] Rispondere a cinque tra i seguenti quesiti (ognuno vale 4 punti).

- (i) Dare la definizione di estremo superiore. Trovare un maggiorante per l'insieme $\{x \in \mathbb{R} : -3x + 1 > 0\}$
 - (ii) Quante sono le soluzioni complesse dell'equazione $z^6 + iz = -3$? Giustificare la risposta.
 - (iii) Dare la definizione di insieme aperto e darne un esempio che non sia un intervallo.
 - (iv) Enunciare e dare un cenno della dimostrazione del teorema del valor medio di Lagrange.
 - (v) Enunciare e discutere (cenno di dimostrazione, esempi, etc.) il criterio del confronto per serie a termini positivi.
 - (vi) Enunciare e dare un cenno della dimostrazione del teorema della media integrale.
 - (vii) Definire: una primitiva di una funzione $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ ed una sua funzione integrale. Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo.
 - (viii) Scrivere la formula di MacLaurin ad ordine 5 di $f(x) = x + \sin x^3 + \log(1 + x^4)$ con resto di Lagrange.
 - (ix) Definire l'integrale di Riemann definendo tutti i termini usati illustrando i concetti con degli esempi.
 - (x) Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy: $\ddot{x} + 9x = 0$, $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = -1$ e calcolare il valore dell'energia associato alla soluzione.
-

Es 3 [Pt. 10] Trovare le soluzioni $2z^3 - iz^2 + z = 0$.

Es 4 [Pt. 25] (ogni quesito vale 8 punti)

Calcolare: (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (\sqrt[n]{e} - 1)$; (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x)}{\sinh \sqrt{|x|}}$. Studiare: (iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + n!}{n^n}$; (iv) $\sum_{n=10}^{\infty} \frac{(\sin x)^n}{n}$.

Es 5 [Pt. 20] (Ogni quesito vale 10 punti)

Calcolare: (i) $\int \sqrt{2 + x^2} dx$; (ii) $\int \frac{\log(\log x)}{x} dx$; (iii) Discutere la convergenza di $\int_0^2 \frac{\log|1-x|}{2-x} dx$.

Es 6 [Pt. 15] Studiare e disegnare il grafico di $f(x) = \frac{e^x - 1}{x^2}$.