Università Roma Tre - Ingegneria - canale DAM-K

Seconda prova intermedia di Analisi Matematica 1 - A.A. 2014/2015 - **PARTE 3**

(8 quesiti a scelta multipla da 4 punti di teoria ed un esercizio aperto da 8 punti di teoria)

Codice questionario: **1777-36** Data: **27/1/2015**

Nome:

Cognome:

Numero matricola:

Sequenza delle risposte									
1:	2:	3:	4:	5:	6:	7:	8:	9:	10:

(8 pt) Dimostrare l'esistenza dei limiti in $\mathbb{R}^*$ per le funzioni/successioni monotone e discuterne una o più applicazioni.

1. **(4 pt)** Sia $f(x) := \cos x$ con dominio $[0,\pi]$. Quale dei seguenti teoremi si applica
   (A) per ogni $y \in \mathbb{R}$ esiste $x \in [0,\pi]$ tale che $\cos x = y$.
   (B) il teorema di Rolle
   (C) il teorema degli zeri
   (D) le altre risposte sono false
   (E) il teorema di Cauchy sulle funzioni continue

2. **(4 pt)** Quale dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}$ è un insieme chiuso?
   (A) $\{x : |x| < 1\}$
   (B) $\{x : x \geq 3\}$
   (C) $(0,1) \cup \{x : x \geq 3\}$
   (D) $[0,1)$
   (E) $(0,1)$

3. **(4 pt)** Quale dei seguenti enunciati è corretto?
   (A) L'estremo superiore di un insieme qualunque $A \subseteq \mathbb{R}$ esiste sempre
   (B) L'estremo superiore di un insieme non vuoto $A \subseteq \mathbb{R}$ e limitato superiormente è il più grande dei maggioranti di A
   (C) L'estremo superiore di un insieme non vuoto $A \subseteq \mathbb{R}$ e limitato superiormente è il più piccolo dei maggioranti di A
   (D) Le altre risposte sono false
   (E) L'estremo superiore di un insieme non vuoto $A \subseteq \mathbb{R}$ e limitato superiormente è il più grande dei minoranti di A

4. **(4 pt)** Sia $x_0 \in \mathbb{R}^*$ un punto di accumulazione per $\operatorname{dom}(f) \cap \operatorname{dom}(g)$ allora
   (A) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) \cdot g(x) = 0$ se $\lim_{x\to x_0} f(x) = 0$ e g è limitata
   (B) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) \cdot g(x) = 0$ se $\lim_{x\to x_0} f(x) = 0$ oppure $\lim_{x\to x_0} g(x) = 0$
   (C) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) \cdot g(x) = 0$ se $\lim_{x\to x_0} f(x) = 0$
   (D) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) \cdot g(x) = 0$ se $\lim_{x\to x_0} g(x) = 0$ e $f \geq 0$
   (E) le altre risposte sono false

5. **(4 pt)** Quale tra i seguenti è l'enunciato corretto del criterio di Leibnitz per la convergenza della serie $\sum a_n$ con $a_n \in \mathbb{R}$?
   (A) Sia $\{a_n\}$ una successione definitivamente decrescente con $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Allora la serie $\sum(-1)^n a_n$ converge assolutamente.
   (B) Sia $\{a_n\}$ una successione definitivamente decrescente con $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Allora la serie $\sum a_n$ converge.
   (C) Sia $\{a_n\}$ una successione definitivamente decrescente. Allora la serie $\sum(-1)^n a_n$ converge.
   (D) Sia $\{a_n\}$ una successione definitivamente decrescente con $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Allora la serie $\sum(-1)^n a_n$ converge.
   (E) Le altre risposte sono false

6. **(4 pt)** Siano $-\infty < a < b < +\infty$ e $f : [a,b] \to \mathbb{R}$. Qual è l'enunciato corretto del teorema di Lagrange?
   (A) Sia f continua su $[a,b]$ e derivabile in (a,b). Allora esiste $x_0 \in (a,b)$ tale che $f(b) - f(a) = f'(x_0)(b-a)$
   (B) le altre risposte sono false
   (C) Sia f continua su $[a,b]$ e derivabile in (a,b) con $f(a)f(b) \neq 0$. Allora esiste $x_0 \in (a,b)$ tale che $\Big(f(b) - f(a)\Big)(b-a) = f'(x_0)$
   (D) Sia f derivabile in (a,b). Allora per ogni $x_0 \in (a,b)$ si ha che $f(b) - f(a) = f'(x_0)(b-a)$
   (E) Sia f continua su $[a,b]$ e derivabile in (a,b). Allora esiste un unico $x_0 \in (a,b)$ tale che $f(b) - f(a) = f'(x_0)(b-a)$

7. **(4 pt)** Se f e g sono derivabili in un intorno, rispettivamente, di x_0 e $y_0 = f(x_0)$ allora
   (A) $g \circ f$ è derivabile in y_0 e $(g \circ f)'(x_0) = -g'(y_0)/f'(x_0)^2$
   (B) $g \circ f$ è derivabile in x_0 e $(g \circ f)'(x_0) = g'(y_0) \cdot f'(x_0)$
   (C) le altre risposte sono false
   (D) $g \circ f$ è derivabile in x_0 e $(g \circ f)'(x_0) = g'(x_0) \cdot f'(x_0)$

(E) $f \circ g$ è derivabile in y_0 e $(f \circ g)'(y_0) = g'(y_0) \cdot f'(x_0)$

8. **(4 pt)** Se f è derivabile n volte in x_0 e $T_n(x)$ è il suo polinomio di Taylor in x_0 allora

(A) le altre risposte sono false
(B) $f - T_n(x) = o(x^n)$ per $x \to x_0$
(C) $f - T_n(x) = o(x^{n+1})$ per $x \to x_0$
(D) $f + T_n(x) = o(x^n)$ per $x \to x_0$
(E) le prime $(n-1)$ derivate di f e T_n in x_0 coincidono ma non si può dire nulla sulla derivata n-ma