Prima prova intermedia di Analisi Matematica 1 - Parte II
A.A. 2014/2015

Leggere con attenzione le istruzioni riportate in questa prima pagina. Non sfogliare il questionario prima dell'inizio della prova.

1. Questa Parte II consiste di otto quesiti a scelta multipla ed uno "aperto" sul retro di questa pagina.
2. Al termine della prova andranno consegnate unicamente le prime pagine della Parte I e della Parte II.
3. Gli esercizi a scelta multipla valgono **6 punti**, l'esercizio "aperto" **10 punti**.
4. Sono proposte, per ciascun quesito a scelta multipla, **5 risposte** possibili, indicate con le lettere **a**, **b**, **c**, **d**, **e**, di cui una, e solo una, è giusta.
5. Per ogni quesito il candidato dovrà indicare la risposta esatta, ponendo la lettera ad essa corrispondente **in stampatello maiuscolo** nella relativa casella della griglia riportata su questa pagina. Ogni risposta sbagliata o mancante vale **0 punti**. Non sono ammesse correzioni o cancellature sulla griglia (si consiglia quindi di trascrivere le risposte sulla griglia negli ultimi minuti a disposizione, dopo averle preventivamente evidenziate a fianco del testo degli esercizi).
6. Si supera la prova se si totalizza almeno 24 punti nella Parte I , almeno 4 punti nell'esercizio "aperto" della Parte II e almeno 51 punti in totale.
7. Non è ammesso l'uso di calcolatrici o tablets; non è permesso consultare libri o appunti.
8. È severamente vietato avere con sé al banco telefoni cellulari.

Informazioni candidato	
Codice questionario:	**3783-0**
Data:	**18 dicembre 2014**
Nome:	
Cognome:	
Documento:	
Numero Matricola:	

Sequenza delle risposte

1:	2:	3:	4:	5:	6:	7:	8:	9:	10:

<u>Studio di funzione</u> *Si studi la funzione* $f(x) = (1-x)e^{-x}$ *rispettando il seguente schema:*

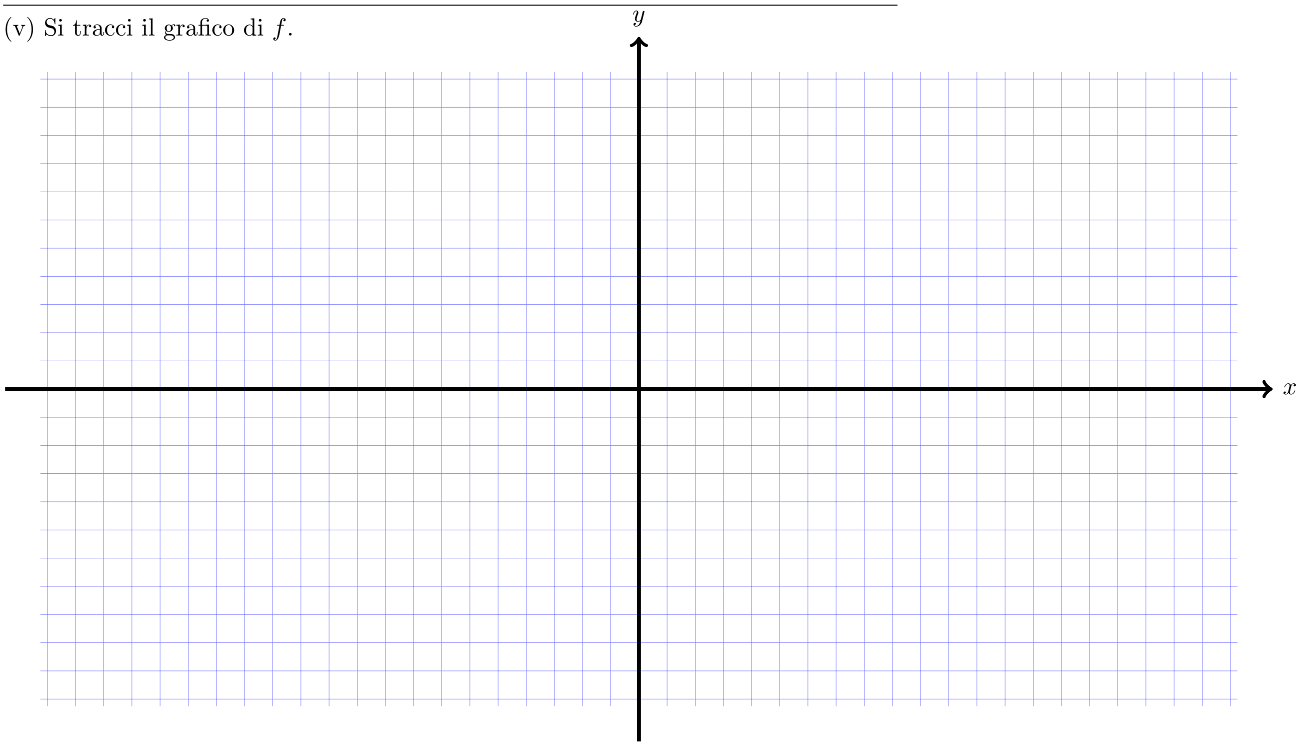
(i) Si determini: a) il dominio di esistenza; b) eventuali simmetrie e periodicità; c) il segno di f ed eventuali punti in cui $f = 0$

(ii) Si calcolino i limiti rilevanti e tutti gli asintoti (verticali, orizzontali e obliqui).

(iii) Si studi la derivata di f, discutendo, in particolare, eventuali punti di minimo o massimo relativo o globale e gli intervalli di monotonia.

(iv) Si studi la derivata seconda, se necessario

(v) Si tracci il grafico di f.



1. **(6 pt)** Sia $\ell \in \mathbb{R}^*$ il limite, qualora esista, $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-e^{-x}}{\sin x^2}$. Allora:
   (a) $\ell = 0$
   (b) $\ell = 1/2$
   (c) le altre risposte sono false
   (d) $\ell = -2$
   (e) $\ell = +\infty$

2. **(6 pt)** Sia $\ell \in \mathbb{R}^*$ il limite, qualora esista, $\lim_{x\to\infty} x\left(x - \sqrt{x^2+10}\right)$. Allora:
   (a) $\ell = -1$
   (b) $\ell = -\infty$
   (c) $\ell = -1/2$
   (d) $\ell = -5$
   (e) le altre risposte sono false

3. **(6 pt)** Le radici $\sqrt[3]{1+i}$ sono
   (a) $z_k = \sqrt[3]{2}\, e^{i\left(\frac{\pi}{12}+\frac{2k\pi}{3}\right)}$ con $k = 0, 1, 2$
   (b) $z_\pm = \pm\sqrt[6]{2}\, e^{i\frac{\pi}{12}}$
   (c) le altre risposte sono false
   (d) $z_k = \sqrt[6]{2}\, e^{i\left(\frac{\pi}{12}+\frac{2k\pi}{3}\right)}$ con $k = 0, 1, 2$
   (e) tre di cui una reale

4. **(6 pt)** Si consideri l'equazione $|z|^2 + \frac{z^3}{2i} = 0$ con z in $\mathbb{C}$. Allora
   (a) le altre risposte sono false
   (b) $z = 0$, $z = \sqrt{3}+1$, $z = 2e^{i\left(\frac{\pi}{6}+\frac{2}{3}\pi\right)}$ sono soluzioni
   (c) le soluzioni sono 0 e $z_k = 2\big(\cos it_k + i \sin it_k\big)$ con $1 \le k \le 2$ e $t_k = \frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}k\pi$
   (d) $z = 0$ e $z = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right)$ sono le uniche soluzioni
   (e) l'equazione ammette esattamente 3 soluzioni

5. **(6 pt)** Sia $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{1+e^{1/x^2}}\ , \text{ se } x \neq 0 \\ 1\ , \text{ se } x = 0 \end{cases}$. Allora:
   (a) f è continua su $\mathbb{R}$.
   (b) le altre risposte sono false
   (c) f ha una discontinuità eliminabile in 0.
   (d) f ha una discontinuità di seconda specie in 0.
   (e) f ha una discontinuità di prima specie in 0.

6. **(6 pt)** Si determini l'insieme di tutte le x per cui converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-2)^n}{2^n}$.
   (a) $[-5, 5)$

(b) $(-2, 2]$
(c) $(0, 4)$
(d) $[0, 4)$
(e) $[-2, 2]$

7. **(6 pt)** Sia $\ell \in \mathbb{R}^*$il limite, qualora esista, $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^n$. Allora:

(a) $\ell = e^{-1}$
(b) le altre risposte sono false
(c) $\ell = e$
(d) $\ell = 1$
(e) $\ell = +\infty$

8. **(6 pt)** Data la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n \frac{n!}{n^n}$, quale delle seguenti affermazioni è corretta:

(a) La serie converge a 1
(b) La serie è convergente
(c) le altre risposte sono false
(d) La serie è divergente
(e) La serie converge ad un numero minore di 1