

Foglio n° 5
MASSIMO E MINIMO LIMITE
SUCCESSIONI DEFINITE PER RICORRENZA

Esercizio 1. Calcolare massimo e minimo limite delle seguenti successioni:

$$(1) a_n = (-1)^n \frac{n+1}{n}$$

$$(2) a_n = (-1)^n n + \frac{1}{n}$$

$$(3) a_n = \frac{n^2 + 2(-1)^n n + 1}{(-1)^n 2n^2 + 3n}$$

$$(4) a_n = \sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)$$

$$(5) a_n = 2^{n \cos(\frac{\pi}{2}n)}$$

$$(6) a_n = \left(\frac{n + \sin(\frac{n}{2}\pi)}{n + \cos(\frac{n}{2}\pi)}\right)^n$$

$$(7) a_n = \left(\frac{n + (-\sin(\frac{n}{2}\pi))^n}{n - (\cos(\frac{n}{2}\pi))^n}\right)^n$$

Esercizio 2. Si considerino le successioni

$$a_n = \sin\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi\right) \quad b_n = \cos((n+1)\pi).$$

Si denoti

$$c_n = \max\{a_n, b_n\} \quad d_n = \{a_n, b_n\}$$

Si studi il comportamento all'infinito di c_n e d_n .

Esercizio 3. Studiare il comportamento all'infinito delle seguenti successioni definite per ricorrenza:

$$(1) \quad \begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = \sqrt{a_n} \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \sqrt{6 + a_n} \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} a_1 = 13 \\ a_{n+1} = \sqrt{12 + a_n} \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{1}{1 + a_n} \end{cases}$$

(5)

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{3}{a_n} \right) \end{cases}$$