

Foglio n° 9
SERIE NUMERICHE

Esercizio 1. Calcolare la somma (se esiste) delle seguenti serie:

- (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{3^n}$
- (2) $\sum_{n=2}^{+\infty} (-2)^n$
- (3) $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{5^n}$
- (4) $\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n$
- (5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)}$
- (6) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n^2-1}$
- (7) $\sum_{n=1}^{+\infty} \log\left(\frac{n+1}{n}\right)$

Esercizio 2. Stabilire il carattere delle seguenti serie usando il criterio del confronto semplice oppure il criterio del confronto asintotico:

- (1) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n}{n+2}$
- (2) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n}{n^2-n}$
- (3) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n}{n^3-1}$
- (4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt[n]{n}$
- (5) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}(1+n)}$
- (6) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{3^n+n}$
- (7) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2+1}{2^n}$
- (8) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^n-2^n}{n!}$

Esercizio 3. Si dimostri che la seguente serie

$$1 + \frac{1}{11} + \frac{1}{111} + \frac{1}{1111} + \dots$$

converge ad un numero S tale che

$$\frac{11}{10} < S < \frac{10}{9}.$$

Esercizio 4. Stabilire il carattere delle seguenti serie:

$$(1) \sum_{n=0}^{+\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

$$(2) \sum_{n=1}^{+\infty} (n - \sqrt[3]{n^3 - 2n})$$

$$(3) \sum_{n=1}^{+\infty} (3n - \sqrt[3]{27n^3 - 3})$$

$$(4) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 1}{2^n}$$

$$(5) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n!}$$

$$(6) \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

$$(7) \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{4^n \cdot n!}{n^n}$$

$$(8) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + n!}{n^n}$$