

# Analisi Matematica 1 - Esercizi del 8-9 Novembre 2018

**Esercizio 1.** Calcolare i seguenti limiti di successioni:

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n^4 - 2n) \log n!}{\pi - n^2} + \log \left( \sin \left( \frac{\pi}{n} \right) \right)$
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{\frac{1}{\sqrt{\log n}} + \log(1 + n^4)} - 2\sqrt{\log n} \right) \log n$

**Esercizio 2.** Calcolare i seguenti limiti di successioni al variare del parametro  $x \in \mathbb{R}$ .

1.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x^{2n} + 2^{-n}}$ .
2.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log(n^4 + 2 \sin n) + nx}{n^x + 1}$ .

**Esercizio 3.** Determinare il massimo e il minimo limite delle seguenti successioni.

- $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$
- $b_n = \left( 1 + e^{-n} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(\frac{2n\pi}{3}\right) \right)^n$ .

**Esercizio 4.** Determinare i valori del parametro  $x \in \mathbb{R}$  per i quali esiste il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{(-1)^n}{n^x} \right)^n$$

**Esercizio 5.** Dimostrare che:

1.  $f(x) = \frac{1}{x}$  non ammette limite per  $x \rightarrow 0$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

**Esercizio 6.** Calcolare (se esistono) i seguenti limiti di funzioni:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{1 - \cos x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^{x^2} - 1)}{x + x^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x^2}}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x)}{x^3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\sin^2 x + x^4}}{1 - \cos x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{8}{x^3} - 1}{x - 2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x^3 - 4x^2 + x + 6}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x^2 - \pi x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cos\left(\frac{1 + \pi x}{2x + 1}\right)$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)(1 - \cos(5x))}{(\sin x - x^3)^3}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x} \sin(e^x \sin x)}{x}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} \right)^{\frac{1}{\log x}}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{(1 - 2 \cos x)^2}{(x - \frac{\pi}{3}) \tan x \sin(3x)}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{\sqrt{x}} - e}{\log\left(x + e^{-\frac{1}{|x-1|}}\right)}$$

**Esercizio 7.** Calcolare i seguenti limiti di successioni:

1.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n \sin \left( \frac{n + \pi}{\sqrt{1 + n^4}} \right).$