

Analisi Matematica 1 - Esercizi del 13 Dicembre 2018

Esercizio 1. Determinare il polinomio di Taylor di ordine 3, nel punto $x_0 = 1$, della funzione

$$f(x) = \log(1 + \sin(\pi x)).$$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{x^2} - 1) \sin x - x^3}{x^5}$
2. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sin(\frac{\pi}{3}x)}{x \log(4 - x)}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x \log \cos x}$.
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left(\frac{x}{\arctan x} - \frac{\sin x}{x} \right)$.
5. $\lim_{x \rightarrow 0} x^4 \left(e^{\frac{1}{x^2}} - 1 - \frac{1}{x^2} \right)$.
6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 \left(e^{\frac{1}{x^2}} - 1 - \frac{1}{x^2} \right)$.
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 - x^2) + \sin(x^2 - 2x) + 2x}{(1 + x^2)^x - 1}$
8. $\lim_{x \rightarrow 4} (3 - \sqrt{x})^{\tan(\frac{2\pi}{x})}$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - x^2 - \cos^2 x}{\log^2(\frac{\sin x}{x})}$
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt[6]{1 + x^4} - 1}$
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arctan x}{x} \right)^{\frac{6}{x^2}}$

Esercizio 3. Calcolare, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x - \log(1 + \arctan x)}{e^{x-x^2} - \cos(\alpha x) - \sin x}$$

Esercizio 4. Studiare il grafico delle seguenti funzioni:

- $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{1-x^2}}$
- $f(x) = \sqrt{|5-x^2|} - 2x$