

Analisi Matematica 1 Esercitazione 25-11

November 23, 2020

Esercizio 1: Date le seguenti funzioni:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \exp\left[-\frac{1}{x^2}\right] \\ f_2(x) &= \frac{\sin x}{x} \end{aligned} \quad (1)$$

dire se possono essere prolungate con continuità nel punto $x = 0$ e, in caso di risposta positiva, specificare tale prolungamento.

Esercizio 2: Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ a \sin x + b & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (2)$$

dire per quali valori di (a, b) la funzione f è continua su tutto \mathbb{R} .

Esercizio 3: Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha & 0 < x < 1 \\ 0 & x = 0 \\ |x|^\beta \cos^2\left(\frac{1}{x}\right) & -1 < x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

dire per quali valori di α, β è continua in $x = 0$.

Esercizio 4: Studiare la discontinuità della funzione:

$$f(x) = \begin{cases} 2^{1/x} \sin x & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Esercizio 5: Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

1.

$$f(x) = x^3 e^x \quad (5)$$

2.

$$f(x) = \tan x \quad (6)$$

3.

$$f(x) = x^4 \sin x \cos x \quad (7)$$

4.
$$f(x) = \frac{2x + 3}{x^2 - 5x + 5} \quad (8)$$

5.
$$f(x) = \cos(x^4) \quad (9)$$

6.
$$f(x) = \exp [3 \sin^2 x] \quad (10)$$

7.
$$f(x) = (2x - 5)^{10} \quad (11)$$

8.
$$f(x) = \exp \left(\frac{x^3 - x}{1 + x^2} \right) \quad (12)$$

Esercizio 6: Utilizzando il teorema della derivazione della funzione inversa calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

1.
$$f(x) = \log(x) \quad (13)$$

2.
$$f(x) = \arcsin x \quad (14)$$

3.
$$f(x) = \arccos x \quad (15)$$

4.
$$f(x) = \arctan x \quad (16)$$