

# Analisi Matematica 1 (canale A-K)

A.A. 2021-2022

ESERCITAZIONE 6 DEL 27 OTTOBRE 2021

1. Sia  $x_n$  una successione tale che  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = +\infty$ . Mostrare che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x_n}\right)^{x_n} = e.$$

2. Siano  $x_n$  e  $y_n$  due successioni. Mostrare che

- se  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = x \in \mathbb{R}$ , allora  $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{x_n} = e^x$ ;
- se  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = x > 0$ , allora  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \log(x_n) = \log x$ ;
- se  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = x > 0$  e  $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = y \in \mathbb{R}$ , allora  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n^{y_n} = x^y$ .

3. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+1}{3n-1}\right)^{\sqrt{n^2+3n+2}-n}.$$

4. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2+n}{n^2-n+2}\right)^n.$$

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{2^n + 1}.$$

6. Sia  $x_n$  una successione tale che  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} = l$ . Mostrare che  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x_n} = l$  e dedurre che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{\sqrt[n]{n!}} = e.$$