

Prova di autovalutazione - 13/12/2021

Istruzioni: si supera la prova se si totalizzano almeno 18 punti, di cui almeno 8 nei quesiti a risposta multipla ed almeno 7 nei quesiti a risposta aperta.

1) [4 punti] Per l'insieme $A = \{\frac{n}{n^2+n+5} : n = 1, 2, \dots\}$ si ha che

- (a) $\sup A = \frac{1}{7}$ e $\inf A$ è un minimo
- (b) le altre risposte sono false
- (c) $\sup A = \frac{1}{7}$ e $\inf A = 0$
- (d) $\sup A$ è un massimo e $\inf A$ non è un minimo
- (e) $\sup A$ non è un massimo e $\inf A = 0$

2) [4 punti] Il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\cos \frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\sqrt{n^6+n} - \sqrt{n^6+1}}}$ vale

- (a) \sqrt{e}
- (b) e^2
- (c) le altre risposte sono false
- (d) e^{-1}
- (e) e

3) [4 punti] Le radici complesse dell'equazione $(z+i)^4 = \frac{32}{1+\sqrt{3}i}$ sono date da

- (a) $-i + 2e^{-\frac{\pi}{6}i + \frac{k\pi}{2}i}$ con $k = 0, 1, 2, 3$
- (b) $-i + 2e^{\frac{\pi}{6}i + \frac{k\pi}{4}i}$ con $k = 0, 1, 2, 3$
- (c) $-i + 2e^{-\frac{\pi}{12}i + \frac{k\pi}{2}i}$ con $k = 0, 1, 2, 3$
- (b) $-i + 2e^{\frac{\pi}{3}i + \frac{k\pi}{4}i}$ con $k = 0, 1, 2, 3$
- (e) le altre risposte sono false

4) [4 punti] Il limite $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\cos(\pi x) \tan(\frac{\pi x}{2})}{e^{2x-1} \log(2x)}$ vale

- (a) $-\frac{\pi}{2}$
- (b) π

(c) $\frac{\pi}{4}$

(b) $-\pi$

(e) le altre risposte sono false

1. **(7 pt, a risposta aperta)** Calcolare il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{x^2}(1 - \cos x) - \sin^2 x}{x^2(\sqrt{1+x^2} - 1)}$.

2. **(10 pt, a risposta aperta)** Studiare la funzione $f(x) = \frac{4e^x}{1 - e^x}$ rispettando il seguente schema.

Determinare: a) il dominio di esistenza; b) eventuali simmetrie e periodicità; c) il segno di f ed eventuali punti in cui $f = 0$

Calcolare i limiti rilevanti per determinare asintoti verticali e obliqui.

Calcolare f' , determinando punti di minimo/massimo locale/assoluto e gli intervalli di monotonia di f .

Calcolare f'' , determinando le regioni di convessità e concavità per f .

Tracciare il grafico qualitativo di f .