

Università degli Studi di Roma Tre, A.A.
2023/2024
Corso di Laurea Triennale in Fisica e
Matematica
AM110 - Analisi Matematica I

Docente: Pierpaolo Esposito
Esercitatore: Luca Battaglia
Tutori: Lorenzo de Leonardis, Michele Matteucci

Tutorato 3

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti di successioni.

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n} \right)^{2n}$

(ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (2e^{\frac{\ln n}{n}} - 2)$

(iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(\frac{1}{n^5})}{2 \log(n^6 + n^2)}$

(iv) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$

(v) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(1 + \frac{1}{n}) - \log(1 - \sin(\frac{1}{n}))}{\frac{1}{n}(1 + n \sin(\frac{1}{n}))}$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti di funzioni reali.

(i) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^{2x+4} - 1}{x + 2}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{\sin(3x)}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - 1}{1 - \sqrt{1 - x^2}}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 - 4x)}{x}$

- (v) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(2x)}{\sin(3x)}$
- (vi) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\log(3+3x) - \log(3)}$
- (vii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\sin x}$
- (viii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + e^{\frac{1}{x^3}}\right)^{\sin x}$
- (ix) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin\left(e^{-\frac{1}{x}} - x \ln x\right)}{(1+x)^{-\frac{1}{x^2}} - 1}$
- (x) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \arctan(x) \left[\left(\frac{x^2 + \ln|x|}{x^2}\right)^{\frac{1}{\ln|x|}} - 1 \right]$
- (xi) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(2 - \operatorname{sgn} x)}{\sqrt[4]{x^4 + x^{12}}}$
- (xii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x!) - \ln(x)}{x^4}$
- (xiii) $\lim_{x \rightarrow -\pi^+} \frac{\sin\left(\sinh\left(\frac{1}{x+\pi}\right)\right)}{(x+\pi)^{-\frac{1}{x+\pi}}}$
- (xiv) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6 \cos x - x}{2 \tan\left(\frac{1}{x}\right) + 2x}$

Esercizio 3. Definita la funzione indicatrice dell'insieme $[a, b] \subset \mathbb{R}$ con $a < b$

$$\chi_{[a,b]}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in [a, b] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

calcolare i limiti $\lim_{x \rightarrow a^\pm} \chi_{[a,b]}(x)$ e $\lim_{x \rightarrow b^\pm} \chi_{[a,b]}(x)$.