

Università degli Studi di Roma Tre, A.A.
2023/2024
Corso di Laurea Triennale in Fisica e
Matematica
AM110 - Analisi Matematica I

Docente: Pierpaolo Esposito
Esercitatore: Luca Battaglia
Tutori: Lorenzo de Leonardis, Michele Matteucci

Tutorato 5

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti usando gli sviluppi di Taylor o il Teorema di de l'Hopital:

- (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \ln(x^2 + 1)}{1 - \cos x}$
- (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - \sinh x}{1 - \cos^2 x}$
- (iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{1 - \cos x}}$
- (iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x - x} - 1}{\sin x - \tan x}$
- (iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x - x} - 1}{\sin x - x}$
- (v) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^5} \left[e^x - \ln \left(\frac{1}{1 - x} \right) - 1 \right]$
- (vi) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 1}{x^3 + 2x - 3} \left[1 - \frac{\cos(\frac{\pi}{5} + \frac{1}{x})}{\cos(\frac{\pi}{5})} \right]$
- (vii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^x - 1) - x - \frac{x^2}{2}}{x^4}$

$$(viii) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{2 \cosh x - 2 \cos x}{1 - \cos(\arcsin x)}}$$

$$(ix) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x - \arctan x}{x^2} \right)^{\sin x}$$

Esercizio 2. Dimostrare che valgono le seguenti approssimazioni e abbozzarne un grafico.

$$(i) \cosh x - 2 \stackrel{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^2}{2}$$

$$(ii) \tan x - 1 \stackrel{x \rightarrow \frac{\pi}{4}}{\sim} 2x^2 + (2 - \pi)x - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi^2}{8}$$

Esercizio 3. Trovare un polinomio $p(x)$ di grado 3 tale che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{p(x)} = 1$

Esercizio 4. Determinare tre costanti reali $a, b, c \in \mathbb{R}$ tali che coincidano le espansioni di Taylor al secondo ordine centrate in $x = 0$ delle funzioni $f(x) = \sqrt{a + bx + cx^2}$ e $g(x) = e^x - \ln(1 + \sin x)$.

Esercizio 5. Trovare un modo numerico per approssimare le costanti e , π e ϕ .