

Università degli Studi di Roma Tre
A.A. 2024/2025
Corso di Laurea Triennale in Fisica e
Matematica
AM110 - Analisi Matematica I

Docente: Pierpaolo Esposito
Esercitatore: Luca Battaglia
Tutori: Francesco Caristo, Michele Matteucci

Tutorato 3

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti di successioni.

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n} \right)^{2n}$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (2e^{\frac{\ln n}{n}} - 2)$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(\frac{1}{n^5})}{2 \log(n^6 + n^2)}$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(1 + \frac{1}{n}) - \log(1 - \sin(\frac{1}{n}))}{\frac{1}{n}(1 + n \sin(\frac{1}{n}))}$
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(\frac{2}{n^4+1})}{1 - \cos(n^{-2})}$
7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\tan(ne^{-2n}) + n\sqrt{10 - 10\cos(e^{-2n})}}{\sin((2n+1)e^{-2n})}$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti di funzioni reali.

1. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^{2x+4} - 1}{x + 2}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{\sin(3x)}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - 1}{1 - \sqrt{1 - x^2}}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 - 4x)}{x}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(2x)}{\sin(3x)}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\log(3 + 3x) - \log(3)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin x}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + e^{\frac{1}{x^3}} \right)^{\sin x}$
9. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \left(e^{-\frac{1}{x}} - x \ln x \right)}{(1 + x)^{-\frac{1}{x^2}} - 1}$
10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \arctan(x) \left[\left(\frac{x^2 + \ln|x|}{x^2} \right)^{\frac{1}{\ln|x|}} - 1 \right]$
11. $\lim_{x \rightarrow -\pi^+} \frac{\sin \left(\sinh \left(\frac{1}{x + \pi} \right) \right)}{(x + \pi)^{-\frac{1}{x + \pi}}}$
12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6 \cos x - x}{2 \tan \left(\frac{1}{x} \right) + 2x}$
13. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\log(e + x))^{\frac{1}{x}}$
14. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\log \log x)^{\log x} - x(\log x)^{\log \log x}$
15. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{\frac{1}{\cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right)}}$
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)^2}{\log(1 + \sin^4 x)}$
17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \arctan(x) + (1 - \cos 2x) \sin^{21} x}{27x^{45} + 5 \sin x}$
18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos 5x) \tan 3x}{(\sin x - x^3)^3}$
19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \cos x)}{x \sin x}$

$$20. \lim_{x \rightarrow \infty} x e^x \sin \left(e^{-x} \sin \frac{2}{x} \right)$$

$$21. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x (e^{\cos x} - 1)$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} (\sin x^2)^{\frac{1}{\log_{13}(x^2)}}$$

Esercizio 3. Calcolare al variare del parametro α il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^\alpha - n^\alpha}{n^{\alpha-1}}$$