

Università degli Studi di Roma Tre
A.A. 2024/2025
Corso di Laurea Triennale in Fisica e
Matematica
AM110 - Analisi Matematica I

Docente: Pierpaolo Esposito
Esercitatore: Luca Battaglia
Tutori: Francesco Caristo, Michele Matteucci

Tutorato 8

Esercizio 1. Calcolare i seguenti integrali definiti.

(i) $\int_0^1 \frac{e^{2x}}{4e^{2x} + 4e^x + 1} dx$

(ii) $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} dx$

(iii) $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{8 + 4 \sin x + 7 \cos x} dx$

(iv) $\int_{e^e}^{e^{e^2}} \frac{1}{x (\ln x) (\ln^3 (\ln x))} dx$

(v) $\int_0^3 |x^2 - 3x + 1| dx$

(vi) $\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(nx) \sin(mx) dx$ con $n, m \in \mathbb{Z}$

Esercizio 2. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy.

(i)
$$\begin{cases} \dot{x} + x = \frac{e^{-t}}{2\sqrt{t}} \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

$$(ii) \begin{cases} \dot{x} = 3te^{t^2}x \\ x(0) = \sqrt{e^3} \end{cases}$$

$$(iii) \begin{cases} \dot{x} = 2t\sqrt{1-x^2} \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

$$(iv) \begin{cases} \dot{x} = (\tan t)x + \cos t \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

$$(v) \begin{cases} 10\dot{x} - 2tx = t^3 \\ x(0) = -5 \end{cases}$$

$$(vi) \begin{cases} \ddot{x} - 3\dot{x} - 2x = e^t \\ x(0) = -\frac{1}{4} \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$$

$$(vii) \begin{cases} \ddot{x} + 9 = 0 \\ x(0) = 1 \\ \dot{x}(0) = 1 \end{cases}$$

$$(viii) \begin{cases} \ddot{x} - 7\dot{x} + 12x = te^{3t} \\ x(0) = 1 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$$

$$(ix) \begin{cases} 2\ddot{x}(t) - 3\dot{x}(t) + x(t) = t \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 1 \end{cases}$$

$$(x) \begin{cases} \ddot{x}(t) + \dot{x}(t) + x(t) = \sin(2t) + t \\ x(0) = -13 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$$

$$(xi) \begin{cases} \ddot{x}(t) - 5\dot{x}(t) + 6x(t) = e^t \cos t \\ x(0) = 1 \\ \dot{x}(0) = 1 \end{cases}$$

$$(xii) \begin{cases} \ddot{x}(t) + x(t) = \sin t \\ x(0) = 1 \\ \dot{x}(0) = 1 \end{cases}$$

$$(xiii) \begin{cases} \dot{x}(t) + (\sin t)x(t) = \sin t \\ x(0) = e + 1 \end{cases}$$

$$\text{(xiv)} \quad \begin{cases} \ddot{x}(t) + x(t) = \tan t \\ x(0) = 1 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$$

$$\text{(xv)} \quad \begin{cases} \ddot{x}(t) + 4x(t) = \frac{1}{\sin(2t)} \\ x(\pi/4) = 1 \\ \dot{x}(\pi/4) = 0 \end{cases}$$