

Università degli Studi di Roma Tre
A.A. 2024/2025
Corso di Laurea Triennale in Fisica e
Matematica
AM110 - Analisi Matematica I

Docente: Pierpaolo Esposito
Esercitatore: Luca Battaglia
Tutori: Francesco Caristo, Michele Matteucci

Tutorato 9

Esercizio 1. Risolvere i seguenti limiti di funzione usando il Teorema di de l'Hopital:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{10^{10}}}{e^x} + (ax)^{\frac{b}{cx}} \quad (a, c \neq 0)$
2. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \tan x$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x - \sin 2x}{\sin x - x \cos x}$
4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2(e^{\cos x} + x - 1) - \pi}{\log \sin(-3x)}$
5. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{a^2x}}{a - \sqrt[4]{ax^3}} \quad (a > 0)$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

1. $\int \sqrt{\tan x} \, dx$
2. $\int x \arcsin x \, dx$
3. $\int \left(\frac{x^4}{1 + x^6} \right)^2 dx$

4. $\int \frac{4}{x^4 + 4} dx$
5. $\int \frac{2e^{2x} - e^x}{\sqrt{3e^{2x} - 6e^x - 1}} dx$
6. $\int \frac{1}{\sqrt{25x^2 + 2}} dx$
7. $\int \frac{\tan^3(\log x)}{x} dx$

Esercizio 3. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

1. $\begin{cases} y' = \frac{y}{1+x} + 3 \\ y(0) = 0 \end{cases}$
2. $\begin{cases} y' = y^3 \sin 2x \cos 2x \\ y(0) = \sqrt{2} \end{cases}$
3. $\begin{cases} y' = (2x + y)^2 \\ y(0) = 0 \end{cases}$
4. $\begin{cases} y'' = 2xy' \\ y(1) = 2 \\ y'(1) = 3 \end{cases}$
5. $\begin{cases} y'' + y' = x - x^3 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$
6. $\begin{cases} y'' - y = 2x \sin x + \cos x - e^x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$
7. $\begin{cases} y'' + 2y' + 1 = 2 \sin^2 x \cos x \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$
8. $\begin{cases} y'' - 2y' + y = x^2 e^x + x + 3 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$
9. $\begin{cases} y'' + 9y = 3 \tan(3x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$

$$10. \begin{cases} y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$