

Orvieto.
Decorì del
Duomo

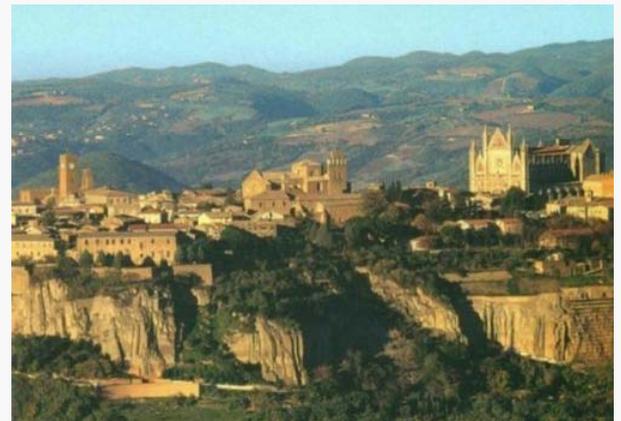




Google Maps; Orvieto (rilievo e satellite)

Con 281km² di superficie, è uno dei cinquanta comuni più estesi d'Italia. Il punto più alto è il monte Peglia (837 m s.l.m.), al confine con il comune di San Venanzo. Il territorio di Orvieto è parte della Comunità Montana Monte Peglia e Selva di Meana e parte di esso insiste nel Parco fluviale del Tevere, parco regionale dell'Umbria nato come area protetta del WWF nel 1990.

La città di Orvieto si trova nella parte sud-occidentale dell'Umbria, in provincia di Terni, al confine con la provincia di Viterbo nel Lazio. Orvieto è insediata su una rupe di tufo, a 325 m s.l.m., che domina la valle sottostante dove scorrono i fiumi Paglia e Chiani poco prima di confluire nel Tevere. Questa enorme piattaforma in tufo vulcanico brunastro, che si solleva dai venti ai cinquanta metri dal piano della campagna, fu creata dall'azione eruttiva di alcuni vulcani, che depositarono un'enorme quantità di materiali.



Orvieto. Vista paesaggistica

Le origini di Orvieto hanno radici etrusche quando, nel IX-VIII secolo a.C., la rupe venne abitata per la prima volta da queste popolazioni. Velzna, così si chiamava Orvieto anticamente, era un insediamento molto fiorente che basava la sua economia sulla produzione delle ceramiche (i buccheri) e sulla lavorazione del bronzo.

La città, in lotta contro la politica espansionistica di Roma, fu occupata dall'esercito nemico nel 254 a.C. e venne rasa al suolo. Ne conseguì la fuga dei suoi abitanti e alcuni di loro vennero forzatamente trasferiti sulle alture del lago di Bolsena. Durante le invasioni barbariche la città venne occupata da Alarico e da Odoacre e fu scenario di numerosi scontri e battaglie. Dal 596, Orvieto, fu occupata dai Longobardi di Agilulfo e, in seguito, nel contesto della rinascita religiosa voluta da Ottone III, vennero promosse le costruzioni di abbazie e monasteri su tutto il territorio circostante.

Il Comune venne istituito a partire dal 1137 e, dopo vent'anni, sotto l'influenza di papa Adriano IV, iniziarono gli scontri tra le fazioni guelfe (filopapali) e quelle ghibelline (filoimperiali) che si prolungarono nel tempo e segnarono la storia cittadina, trasformando il centro in una roccaforte guelfa.

Nel 1200 venne creato il Consiglio Generale dei Quattrocento con l'elezione del Capitano del Popolo e di un Governo degli Anziani e delle Arti con un priore e con la propria magistratura. Tuttavia a cavallo con il 1300, con papa Martino IV, arrivarono in città i Francesi contro i quali il popolo si ribellò dando luogo ad una serie di scontri tra fazioni. Ma nel 1354 il Cardinale Albornoz occupò Orvieto sottomettendola allo Stato della Chiesa anche se la città continuò a mantenere le sue istituzioni comunali. Si dovrà attendere il 1860 perché la città venga annessa al Regno d'Italia.



Orvieto. Stampe d'epoca

n base ad un decreto del 1928, lo stemma del Comune di Orvieto è costituito da uno scudo ripartito in quattro sormontato da una corona. Nelle quattro ripartizioni sono rappresentati quattro simboli: la Croce, l'Aquila, il Leone e l'Oca.

- La croce rossa in campo bianco simboleggia la fedeltà del Comune alla fazione dei Guelfi e fu riconosciuto al Comune di Orvieto dal papa Adriano IV nel 1157.

- L'aquila nera con una corona d'oro in campo rosso fa riferimento alla dominazione dei Romani. Il lambello d'oro con cinque pendenti fu posto al collo dell'aquila quando Carlo d'Angiò concesse ad Orvieto il titolo di "città", dopo essere stato incoronato nella cattedrale di Orvieto re del Regno di Sicilia da parte del papa Clemente IV. Il lambello richiama quello rosso della casa d'Angiò.

- Il leone in campo rosso tiene una spada d'argento con la zampa destra e le chiavi di San Pietro con la sinistra. Esso richiama il leone fiorentino, a ricordo della storica alleanza fra le due città. Le chiavi, con il motto *fortis et fidelis*, sono una concessione del papa Adriano IV come riconoscimento della lunga fedeltà di Orvieto al papato.

- L'oca, con una zampa sollevata sopra un sasso, rimanda alle leggendarie oche del Campidoglio che, con il loro schiamazzo, salvarono Roma dall'attacco dei nemici.



Orvieto. Stemma comunale



La zona superiore della facciata del Duomo di Siena si ispira a quella tanto più coerente, del Duomo di Orvieto. La città umbra si ornò, nel periodo della sua maggiore importanza, di una delle cattedrali più imponenti, una cattedrale che, sovrastando l'intero abitato, è visibile dalla sottostante vallata fin da lontano, proprio a simbolo del prestigio cittadino. Dalla piazza dove sorge il Duomo si giunge, provenendo dal corso principale, che attraversa longitudinalmente la cittadina, da una via laterale. Si ha così una visione d'angolo, che permette di percepire la fiancata dell'edificio percorsa da strisci bicromiche orizzontali, ritmata, nel corpo inferiore, dalle sporgenze semicilindriche delle cappelle, e di misurare l'altezza della navata centrale; la facciata invece appare slanciata, leggera e quasi separata dal corpo della costruzione retrostante, con la quale non ha corrispondenza strutturale se non nella tripartizione verticale.



Orvieto. Vista d'angolo

Ma al Duomo si può giungere anche da una stretta via anteriore; la facciata allora, intravista dapprima solo parzialmente, si scopre d'un tratto in tutta la sua folgorante bellezza, potenziata dal contrasto fra l'angusta strada e lo spazio, limitato ma aperto, della piazza, ed esalta nel suo sviluppo per la posizione in cui si colloca lo spettatore. Esiste dunque uno stretto rapporto, esattamente calcolato, tra il Duomo e la città.



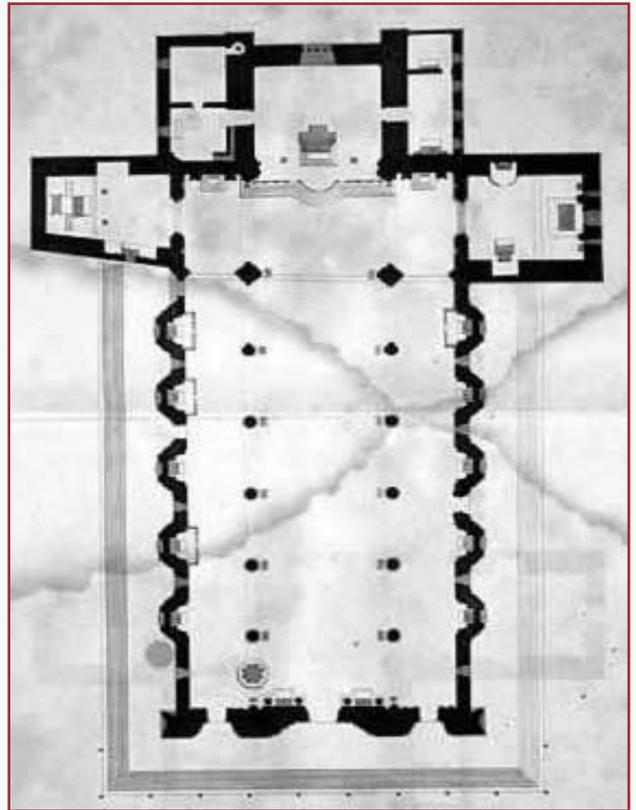
Orvieto. Vista centrale

Secondo la tradizione cristiana il Duomo di Orvieto fu costruito su ordine del Papa Urbano IV per conservare il corporale di Pietro da Praga, prete di origine boema. Il sacerdote era di ritorno da un pellegrinaggio da Roma nel 1263, dove si era recato per ritrovare la fede perduta, sulla strada del ritorno, a Bolsena, durante la celebrazione della messa vide stillare sangue dall'Ostia.

La costruzione della chiesa, avviata nel 1290 per volontà di papa Niccolò IV allo scopo di dare degna collocazione al Corporale di quello che ormai era diventato il miracolo di Bolsena, vide la posa della prima pietra in corrispondenza della IV colonna su cui è scolpito l'inferno.

I lavori per la costruzione del duomo durarono all'incirca tre secoli. Il primo architetto fu probabilmente **Arnolfo di Cambio**: a lui, infatti, è stato attribuito il progetto della facciata monocuspidale che si conserva nel Museo dell'Opera del Duomo. Sembra però che il primo costruttore sia stato **Fra Bevignate da Perugia** il quale realizzò le tre navate.

I lavori furono proseguiti da un costruttore locale, un certo Giovanni Uguccione, che nella crociera e nell'Abside riprese lo stile Gotico. La stabilità delle strutture principali del Duomo, tuttavia, risultò subito precaria per cui fu necessario chiedere l'aiuto di un esperto. Fu interpellato l'architetto e scultore **Lorenzo Maitani** il quale rinforzò l'edificio con archi rampanti, speroni e controfforti.



Dipinto anonimo. Duomo di Orvieto

Pianta del Duomo in un'incisione del 1791



Orvieto. Facciata del Duomo

Il Maitani fu inoltre autore della facciata, la più bella del gotico italiano, (Siena 1275- Orvieto 1330) per la cui realizzazione conobbe di sicuro il progetto di Giorgio Pisano della cattedrale di Siena alla quale si ispirò con una concezione però più pittorica e non priva di rapporti con la Francia. A lui quindi si deve la soluzione tricuspidale, paragonata per la sua struttura a un trittico o a un reliquario. Questa riceve particolare significato dall'orientamento occidentale: il sole pomeridiano la accende, ne esalta le forme e i colori, la fa vivere nello spazio.

Prescindendo dai mosaici, previsti nel progetto originario, ma in gran parte rifatti con evidente contrasto stilistico, la facciata obbedisce ad una logica stringente: ogni singola parte è coordinata al risultato finale.

I portali strombati e cuspidati ricordano quelli di Siena, ma hanno un diverso rapporto fra altezza e larghezza: stretti e archiacuti i laterali, ampio, aperto e luminoso il centrale con arco a tutto sesto. I quattro pilastri che li inquadrano si spianano pacatamente, ma si muovono leggermente, per i tenui, eleganti rilievi che li ornano, e acquistano un particolare calore per l'intonazione del marmo, simile all'avorio.

Da questi pilastri si slanciano quattro pilieri, più grossi i laterali, quasi a contenere e definire la larghezza della facciata, più sottili e più alti quelli interni in concomitanza con la maggiore elevazione della cuspide centrale. Sono agili perché, invece che piatti, sono scavati sulle facce, sporgenti sugli spigoli arrotondati, animati da sottili membrature che percorrono totalmente e coronati da guglie.

Angelo(San Matteo) - Leone alato(San Marco) - Aquila(San Giovanni) - Toro(San Luca)



Eppure la struttura non sfugge verso l'alto, non è indefinita, in quanto frenata da elementi orizzontali, non plasticamente sporgenti, ma ribassati o addirittura rientranti, così da generare una morbida vibrazione chiaroscurale: la cornice che attraversa l'intera superficie al di sopra dei portali, l'altra che funge da base al triangolo della cuspide centrale, la loggetta, le nicchie (ciascuna contenente una statua simboliche) mentre al centro campeggia il rosone nella sua cornice quadrata. La parte inferiore della facciata, animata da un senso di orizzontalità, è impostata su uno zoccolo mosso, ondulato che raccorda perfettamente i bassorilievi dei pilastri.





Interno. Cappella del Corporale

Dopo il Maitani, morto nel 1330, numerosi capomastri assunsero la direzione dei lavori.

L'impianto originario della cattedrale fu ulteriormente modificato dalla sostituzione dell'abside semicircolare con l'attuale tribuna quadrata (1328-1335); tra il 1335 e il 1338 fu voltato il transetto e successivamente, negli spazi ricavati tra i contrafforti e i rampanti, furono erette la Cappella del Corporale (1350-1356), la nuova Sacrestia (1350-1365) e la cappella Nuova o di S. Brizio (1408-1444).



Esterno. Gradinata

Nel 1422-5 fu realizzata la gradinata esterna con marmi bianchi e rossi; circa trent'anni più tardi veniva concluso il corpo di fabbrica dell'edificio con il completamento del tetto della tribuna e delle Cappelle.

La controfacciata e le navate laterali furono decorate con stucchi, affreschi, pale d'altare, tutti elementi previsti, insieme alle statue marmoree disposte in tutta la chiesa, da un programma stilistico ed iconografico unitario.

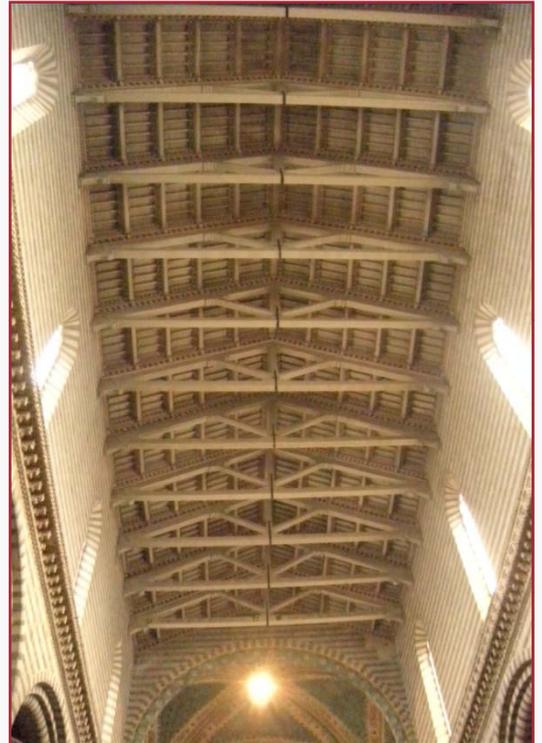
Sempre nel '500 venne rifatto il pavimento e fu completata la facciata, che due secoli dopo, fu privata dei mosaici più antichi, sostituiti da copie.



Particolari. Tribuna - Bassorilievi - Portale

l'ultima fase di interventi sul Duomo si apre alla fine del '700 con i restauri della facciata e culmina con la rimozione delle decorazioni barocche promossa dal l'ing. Carlo Franci, dallo storico e archivista Luigi Fumi e dall'ing. Paolo Zampi "per riportare la cattedrale alla sua primitiva bellezza" (1877-1888).

Anche nel XX secolo non sono mancati rifacimenti e restauri; sono da ricordare quelli del pavimento, della nuova cripta, dei cicli pittorici delle Cappelle e della tribuna, dei bassorilievi, dei mosaici e la sistemazione delle nuove porte dello scultore Emilio Greco (1970).



Interno. Tribuna - Colonne - Capriate lignee

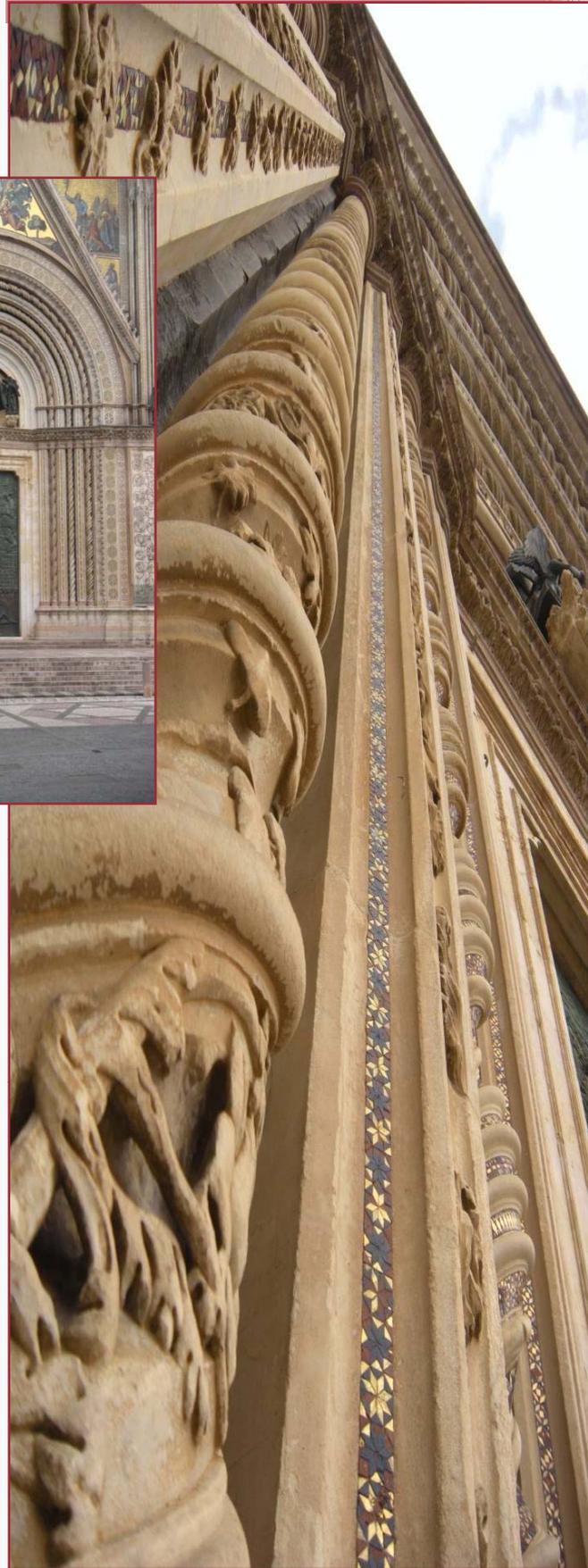
Scandito in tre navate suddivise da dieci colonne cilindriche e da due pilastri ottagonali, lo spazio interno è unificato da sei grandi campate e, attraverso ampie e slanciate arcate a tutto sesto, si dilata lateralmente nello sfondo delle navate laterali che al contrario risultano strette e poco svettanti.

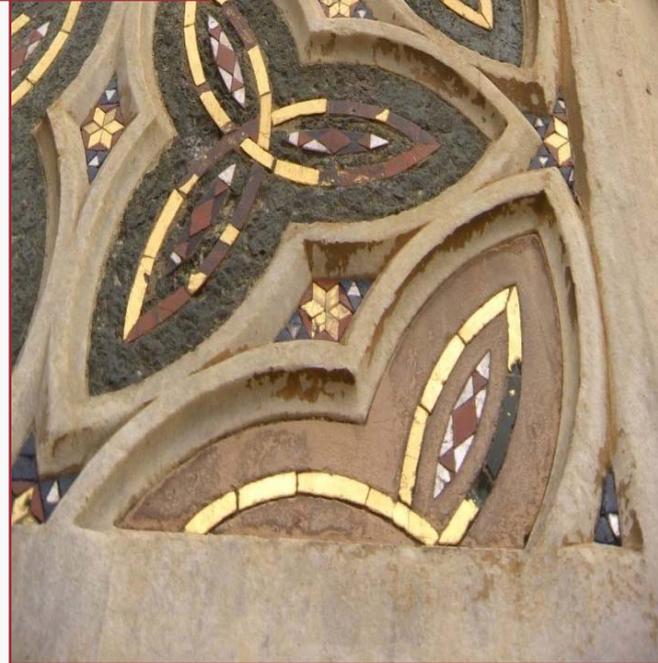
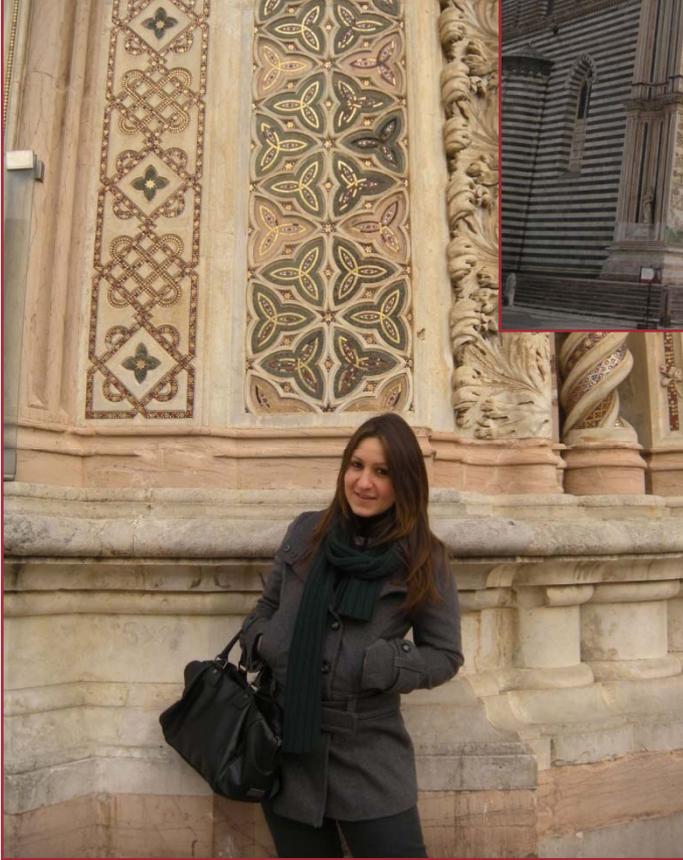
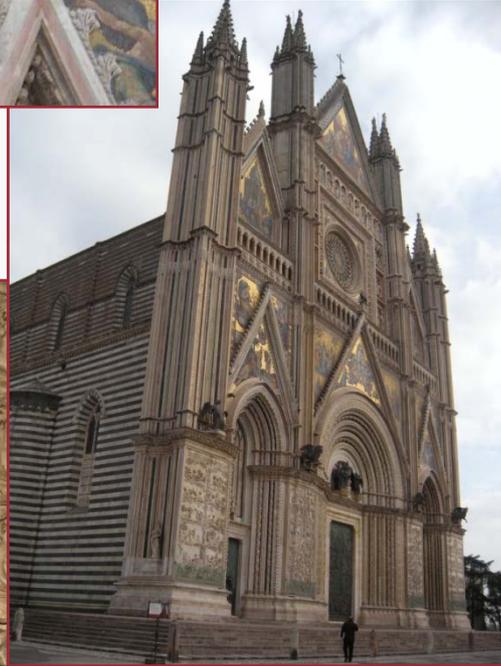
Nelle pareti perimetrali il motivo delle cappelle semicilindriche e delle bifore crea un effetto di approfondimento spaziale allontanando visivamente il muro.

Il tetto a capriate dipinte, con la sua leggerezza e la sua penombra solcata dalla luce, rappresenta la copertura ideale del corpo anteriore della chiesa.

Originale è la soluzione del transetto continuo con tre volte a crociera della stessa altezza; vera e propria nave trasversale, autonoma rispetto al corpo longitudinale da cui è separato tramite un arco trionfale.

Dicembre 2008





Lo studio è stato rivolto ad una delle fasce decorative che incorniciano il portale centrale del Duomo di Orvieto.

Risultano evidenti nella figura i rapporti di simmetria tra le parti che la costituiscono e la presenza di curve note, come la circonferenza, l'ellisse, l'ipocicloide e l'intersezione tra le stesse.

Grazie all'utilizzo del programma *MATHEMATICA* è stato possibile elaborare, attraverso un linguaggio alfanumerico inserito in espressioni, le immagini bidimensionali e tridimensionali prese in esame.



RICOSTRUZIONE DI IPOCICLOIDI ATTRAVERSO L'INTERSEZIONE DI CERCHI

DEFINIZIONE:

L'ipocicloide è una curva piana appartenente alla categoria delle roulette ovvero delle curve generate da una figura che rotola su di un'altra.

L'ipocicloide infatti è definita come la curva generata da una circonferenza che rotola sulla superficie interna di un'altra circonferenza.



G1: circonferenza circoscritta

Il primo passo è stato quello di trovare la curva in cui la decorazione potesse risultare inscritta.

Ponendo il punto d'origine degli assi cartesiani nel centro della figura-modulo è stata disegnata la circonferenza che meglio approssima il motivo geometrico.

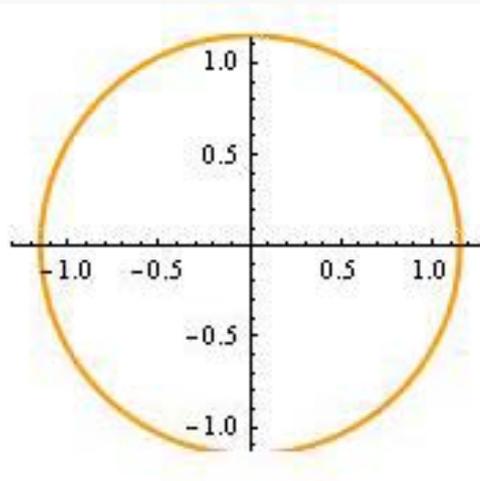
G1 = CIRCONFERENZA

```
CIRCLE[A_,B_][R_][T_]:=
{A+R*COS[T], B+R*SIN[T]}
```

PARAMETRICPLOT

```
[CIRCLE[0,0][1.15][T], {T,0,2*Pi},
PLOT RANGE->
{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}},
PLOTSTYLE->{HUE[0.1],THICK}]
```

SHOW[GRAPHICSROW [{MODULO,G1}]]



Si è potuto individuare con esattezze l'equazione più conveniente del cerchio manipolando direttamente sulla figura i parametri del cerchio utilizzando l'apposita funzione

```
MANIPULATE[CERCHIOSUMODULO[M,N][K],
{K,0,1,0.01,APPEARANCE->"OPEN"},
{M,-1.3,1.3,0.01,APPEARANCE->"OPEN"},
{N,N[-600/530],N[600/530],0.01,
APPEARANCE->"OPEN"},
CONTROLPLACEMENT->RIGHT]
```

Cogliamo l'occasione anche per analizzare il linguaggio del software MATHEMATICA

Il programma lavora su **funzioni parametriche**, ovvero *funzioni le cui variabili dipendenti e indipendenti, si esprimono a loro volta in funzione di uno o più parametri.*

Nel nostro caso, se osserviamo la scrittura utilizzata per ottenere la circonferenza abbiamo usufruito del parametro t , manipolando il quale abbiamo saputo approssimare tutte le curve, come vedremo, in modo a noi più conveniente.

In generale la parametrizzazione di una circonferenza di raggio r e centro nell'origine ($x^2 + y^2 = r^2$) genera equazioni del tipo:

$$\begin{cases} x = r \cos(t) \\ y = r \sin(t) \end{cases}$$

`CIRCLE[A_,B_][R_][T_]:= {A+R*COS[T], B+R*SIN[T]}`

con $0 \leq t < 2\pi$ come limiti del parametro

PARAMETRICPLOT

[FUNZIONE TIPO [COORDINATE CENTRO] [RAGGIO]
[PARAMETRO T], {PARAMETRO INCOGNITO, VALORE
MAX, VALORE MIN } ,

describe la
funzione
parametrica

PLOTRANGE->

{ {ESTENSIONE ASSE CARTESIANO}, {-Y/X
DIMENSIONI IMMAGINE, Y/X DIMENSIONI IMMAGINE} },

describe
l'estensione
dei riferimenti
cartesiani

PLOTSTYLE -> { COLORE [...], SPESSORE }

describe la
resa grafica

G3 - G3bis: circonferenze centrate

Secondo passo è stato quello che ci ha permesso di tracciare le circonferenze che approssimano le curve decorative interne al modulo geometrico scelto, per la ricostruzione delle ipocicloidi.

Il percorso seguito, spiegato qui di seguito, chiaramente, è stato il medesimo sia per tracciare le circonferenze esterne più ampie (viola e fucsia), sia per quelle minori più interne (blu e azzurre).

1. si è caricato le circonferenze centrate nell'origine

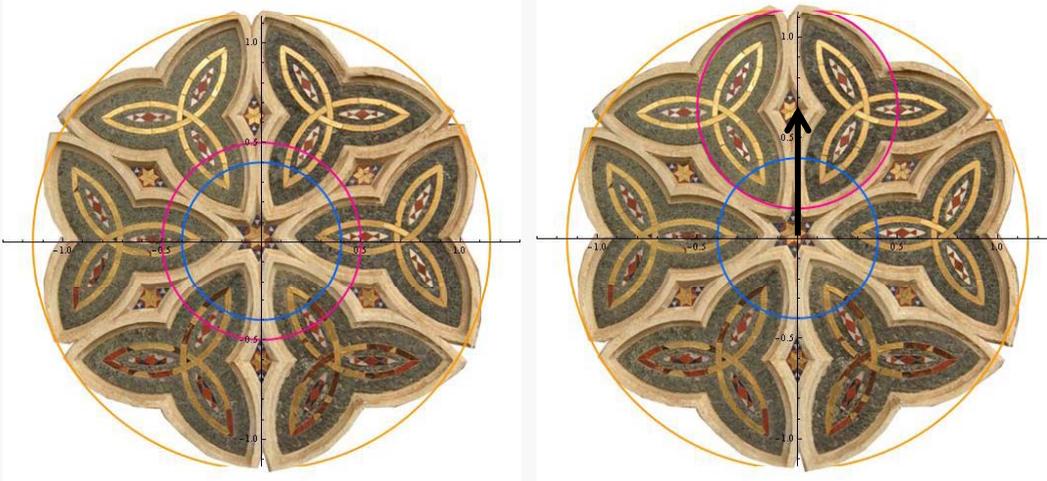


```
G3 =
PARAMETRICPLOT
[ CIRCLE [0,0] [0.5] [T], {T,0,2PI},
PLOT RANGE->
{ {-1.3,1.3}, {-600/530, 600/530}},
PLOTSTYLE ->
{ HUE [0.9], THICK }
```



```
G3BIS =
PARAMETRICPLOT
[ CIRCLE [0,0] [0.4] [T], {T,0,2PI },
PLOT RANGE->
{ {-1.3,1.3}, {-600/530, 600/530} },
PLOTSTYLE -> { HUE [0.6], THICK }
```

G4 - G4bis: circonferenze traslate



2.

Si è ricercata l'esatta posizione rispetto all'immagine semplicemente sommando alla loro equazione un vettore spostamento.

```
G4 =
PARAMETRICPLOT [{-0.5,+0.25},+ CIRCLE [0.5,0.4] [0.5] [T],{T, 0, 2PI},
PLOT RANGE-> {{-1.3,1.3}, {-600/530,600/530}},
PLOTSTYLE -> {HUE [0.9], THICK}]
```

```
G4BIS =
PARAMETRICPLOT [{-0.5,+0.25},+ CIRCLE [0.5,0.4] [0.4] [T],{T, 0, 2PI},
PLOT RANGE-> {{-1.3,1.3}, {-600/530,600/530}},
PLOTSTYLE -> {HUE [0.5], THICK}]
```

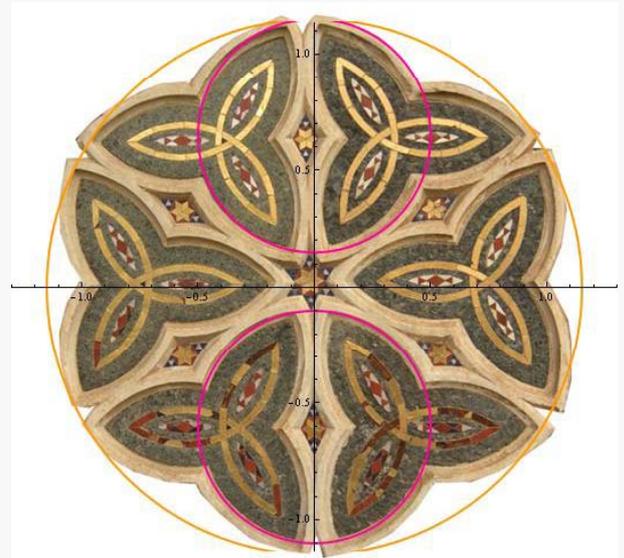


Anche in questo caso l'ausilio del comando di manipolazione visto prima, è stato fondamentale per la giusta approssimazione.

G5 G5bis: circonferenze specchiate

3. Una volta posizionato il primo ellisse traslato con il vettore posizione, gli altri sono stati ricavati dapprima specchiando il verso del vettore.

```
G4 =
PARAMETRICPLOT [{-0.5,-1},+ CIRCLE
[0.5,0.4] [0.5] [t],{t, 0, 2PI},
PLOT RANGE->
{{-1.3, 1.3},
{-600/530,600/530}},
PLOTSTYLE -> {HUE [0.9] , THICK }
```



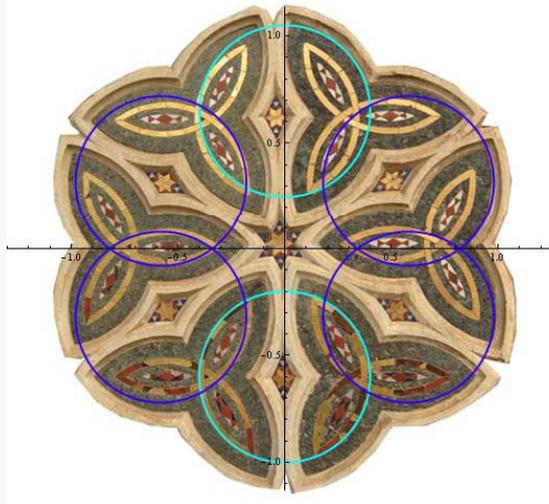
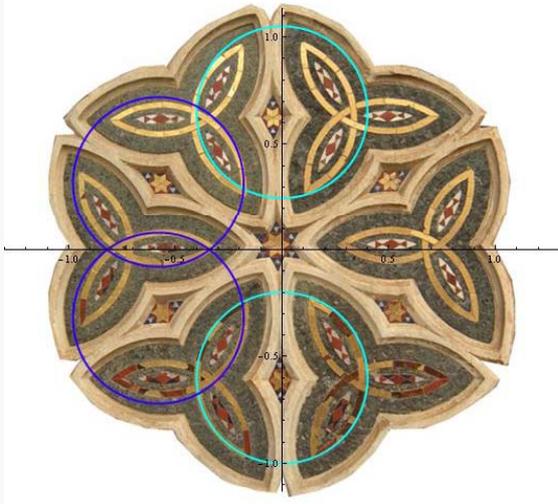
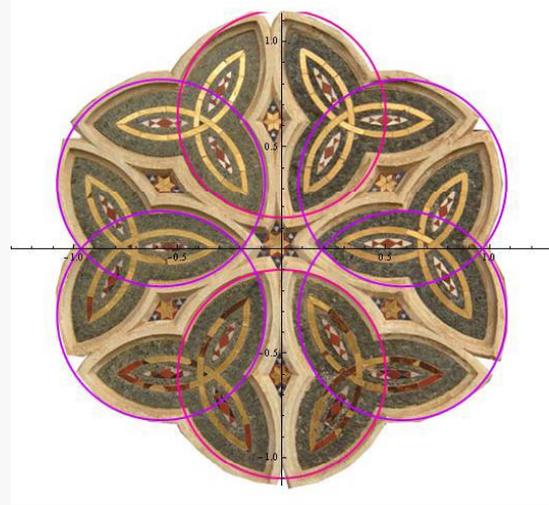
```
G5BIS =
PARAMETRICPLOT [{-0.5,-1},+ CIRCLE
[0.5,0.4] [0.4] [t],{t, 0, 2PI},
PLOT RANGE->
{{-1.3, 1.3},
{-600/530,600/530}},
PLOTSTYLE -> {HUE [0.5] , THICK }
```



G6,G6bis; G7,G7bis; G8,G8bis; G9,G9bis:
circonferenze riflesse

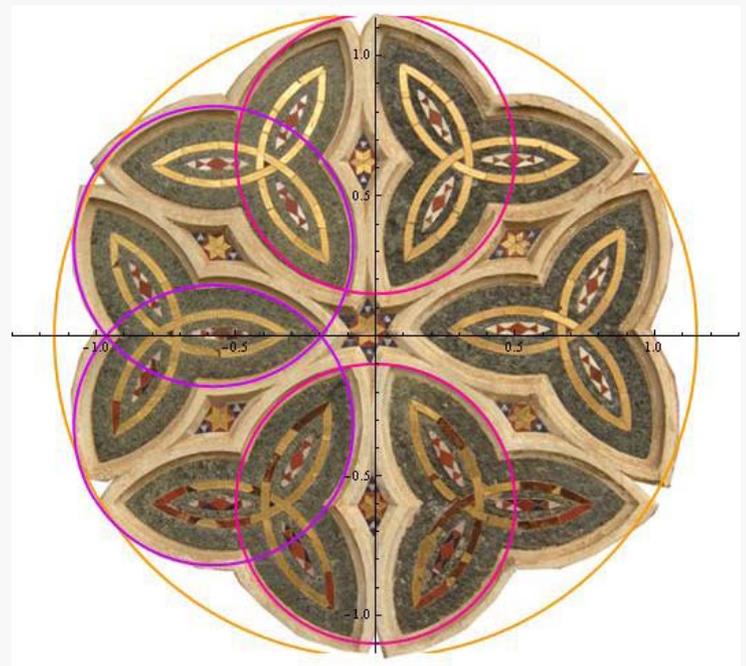
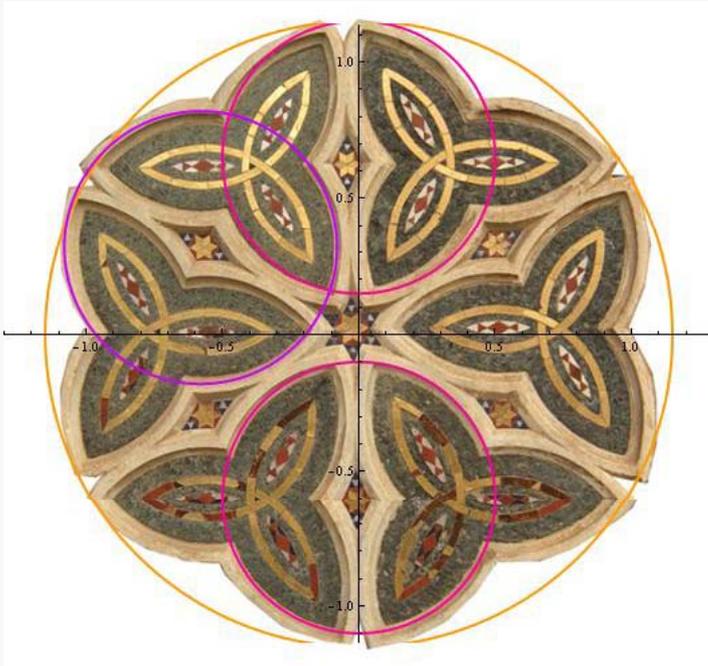
4. Mentre le ultime quattro sono state rintracciate utilizzando opportunamente la funzione "riflesso" rispetto all'asse x o all'asse y.

```
RF[M_,GAMMA_][T_]:=1/(1+M^2)*{{1-M^2,2 M},{2 M,M^2-1}}.GAMMA[T]
RFASSEX[{A_,B_}] := {A,-B}
RFASSEY[{A_,B_}] := {-A,B}
```



Vogliamo riportare di seguito le singole funzioni delle circonferenze giustapposte con tali riflessioni rispetto agli assi coordinati.

G6, G7:
circonferenze riflesse



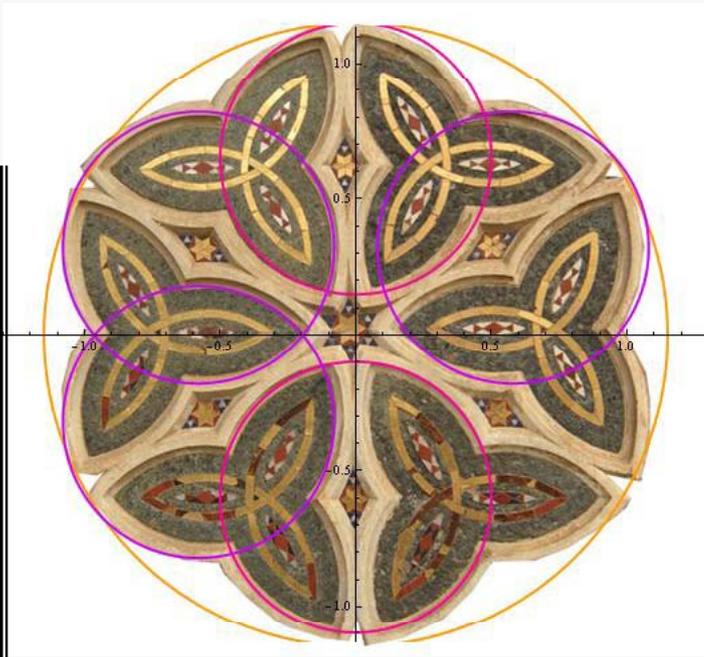
```
G6 =
PARAMETRICPLOT
[ {-1.08,-0.08},+
CIRCLE [0.5,0.4] [0.5] [t],
{t, 0, 2PI },
PLOT RANGE->
{ {-1.3,1.3},
{-600/530, 600/530}},
PLOTSTYLE ->
{HUE [0.8] , THICK }
```

```
G7 =
PARAMETRICPLOT
[ RFASSEX[{-1.08,-0.08},+
CIRCLE [0.5,0.4] [0.5] [t],
{t, 0, 2PI },
PLOT RANGE->
{ {-1.3,1.3},
{-600/530, 600/530}},
PLOTSTYLE ->
{HUE [0.8] , THICK }
```

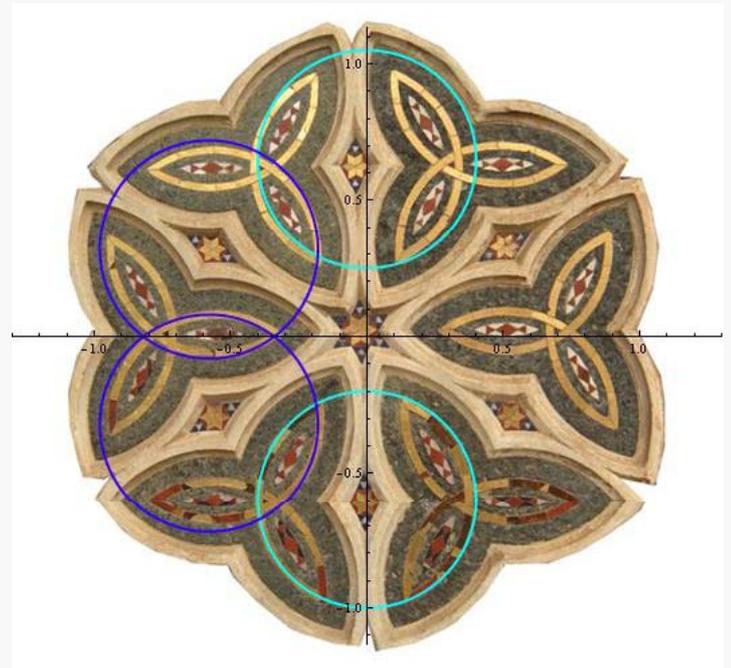
G8, G9:
circonferenze riflesse

```
G8 =
PARAMETRICPLOT
[ RFASSEY[{-1.08,-0.08},+
CIRCLE [0.5,0.4] [0.5] [T]],
{T, 0, 2PI },
PLOT RANGE->
{ {-1.3,1.3},
{-600/530, 600/530}},
PLOTSTYLE ->
{HUE [0.8] , THICK }
```

```
G9 =
PARAMETRICPLOT
[RFASSEY [RFASSEX[{-1.08,-0.08},+
CIRCLE [0.5,0.4] [0.5] [T]],
{T, 0, 2PI },
PLOT RANGE->
{ {-1.3,1.3},
{-600/530, 600/530}},
PLOTSTYLE ->
{HUE [0.8] , THICK }
```



G6bis, G7bis:
circonferenze riflesse



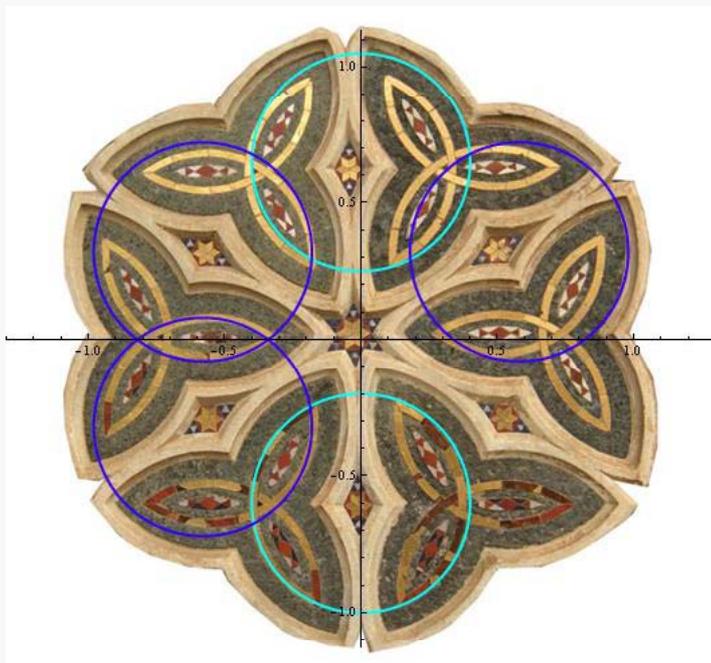
```
G6BIS =
PARAMETRICPLOT
[ {-1.08,-0.08},+
CIRCLE [0.5,0.4] [0.4] [T],
{T, 0, 2PI },
PLOT RANGE->
{ {-1.3,1.3},
{-600/530, 600/530}},
PLOTSTYLE ->
{HUE [0.7] , THICK }
```

```
G7BIS =
PARAMETRICPLOT
[RFASSEX[{- 1.08,-0.08},+
CIRCLE [0.5,0.4] [0.4] [T],
{T, 0, 2PI },
PLOT RANGE->
{ {-1.3,1.3},
{-600/530, 600/530}},
PLOTSTYLE ->
{HUE [0.7] , THICK }
```

G8bis, G9bis:
circonferenze riflesse

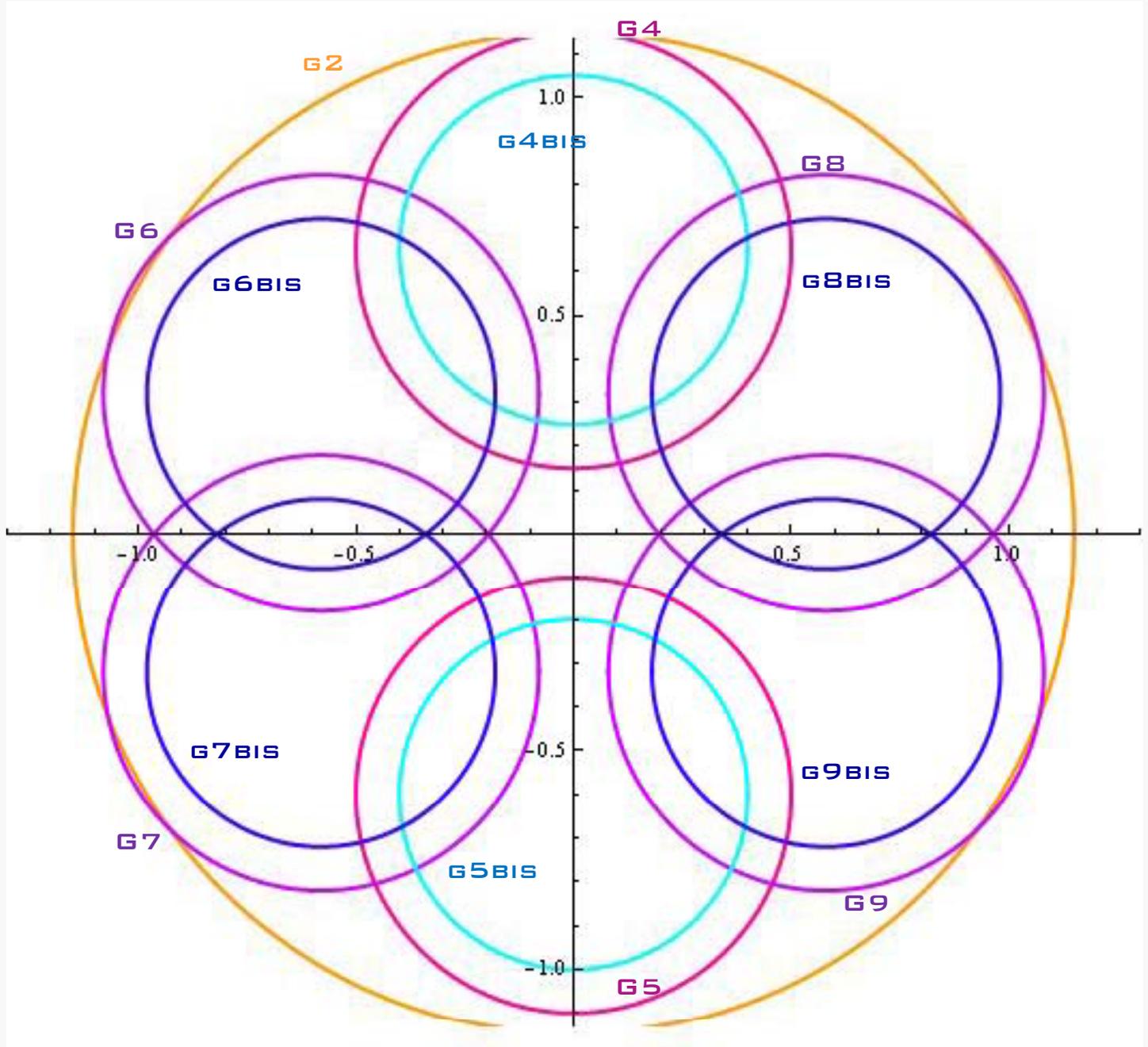
```
G8BIS =
PARAMETRICPLOT
[ RFASSEY[{-1.08,-0.08},+
CIRCLE [0.5,0.4] [0.4] [T]],
{T, 0, 2PI },
PLOT RANGE->
{ {-1.3, 1.3},
{-600/530, 600/530}},
PLOTSTYLE ->
{HUE [0.8] , THICK }
```

```
G9BIS =
PARAMETRICPLOT
[RFASSEY [RFASSEY[{-1.08,-0.08},+
CIRCLE [0.5,0.4] [0.4] [T]],
{T, 0, 2PI },
PLOT RANGE->
{ {-1.3, 1.3},
{-600/530, 600/530}},
PLOTSTYLE ->
{HUE [0.8] , THICK }
```



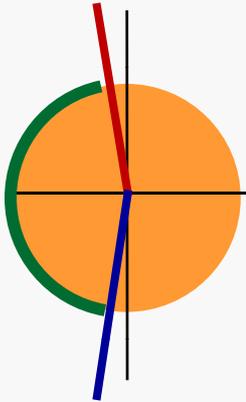
Mappatura

Sovrapposizione di tutte le curve ricavate.



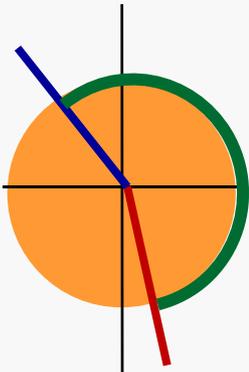
Individuazione trigonometrica grafica dei limiti dei domini.

Per maggiore precisione, riducendo l'intervallo di variazione del parametro "t" contenuto nelle espressioni delle ellissi, quindi variando il dominio di esistenza, otterremo degli archi di ellisse che possono essere definiti come archi di curve continue, non chiuse.



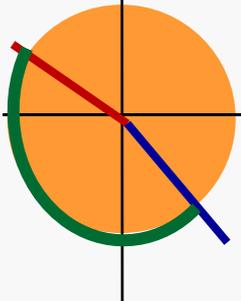
t_1 = può essere considerata come un arco di ellisse, che nella sovrapposizione con l'immagine e con quel sistema di riferimento può essere considerata nel II quadrante, ricavata dalla curva g_4 .

Dominio $\{t, 5/9\pi, 13/9\pi\}$ dove $5/9 \pi = +100^\circ$
 $13/9 \pi = +260^\circ$



t_2 = può essere considerata come un arco di ellisse, che nella sovrapposizione con l'immagine e con quel sistema di riferimento può essere considerata nel II quadrante, ricavata dalla curva g_6 .

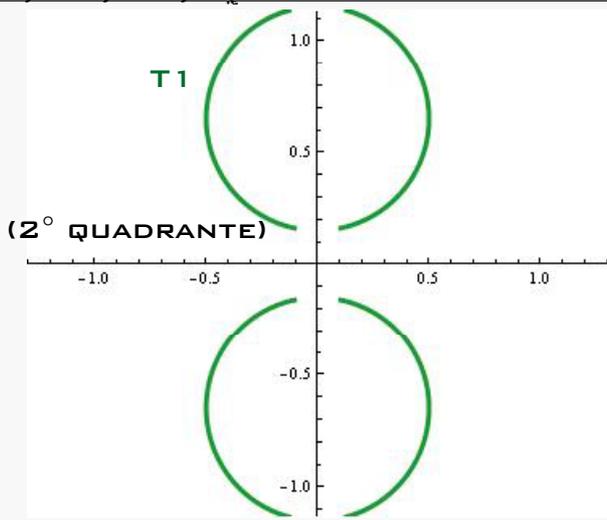
Dominio $\{t, -68/180\pi, 142/180\pi\}$ dove $-68/180 \pi = -70^\circ$ ca.
 $142/180 \pi = +140^\circ$ ca.



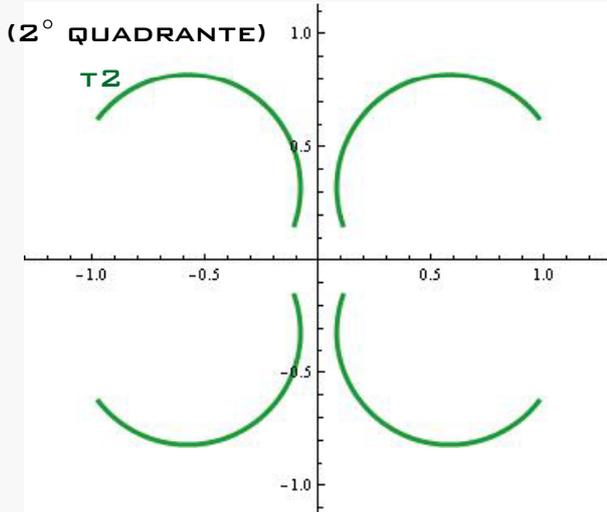
t_3 = può essere considerata come un arco di ellisse, che nella sovrapposizione con l'immagine e con quel sistema di riferimento può essere considerata nel II quadrante, ricavata dalla curva g_6 .

Dominio $\{t, -10/9\pi, -2/9\pi\}$ dove $-10/9 \pi = -200^\circ$
 $-2/9 \pi = -40^\circ$

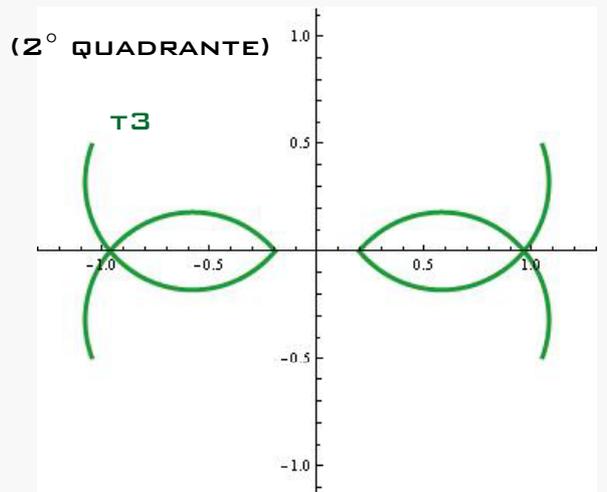
t1,t2,t3; porzioni di circonferenza



T1



T2



T3

t1,t2,t3; porzioni di circonferenza

```
T1 =
PARAMETRICPLOT
[{{-0.5,+0.25}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T],
RFASSEY[{-0.5,+0.25}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]],
RFASSEX[{-0.5,+0.25}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]],
RFASSEX[RFASSEY[{-0.5,+0.25}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]]},
{T,105/180 Pi,258/180 Pi},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.1,0.6,0.2],ABSOLUTETHICKNESS[3]}},
PLOT RANGE->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```

T1

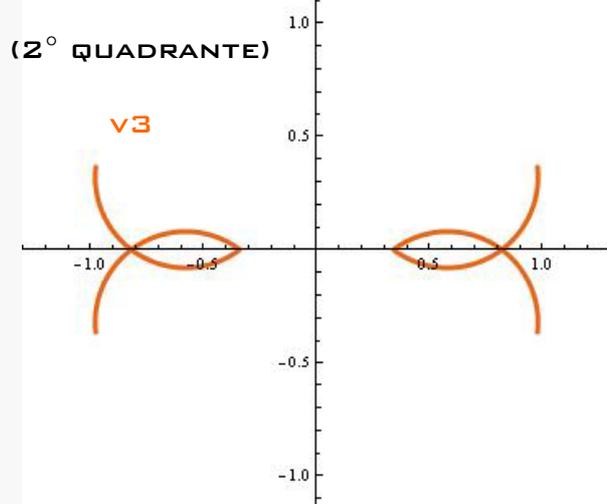
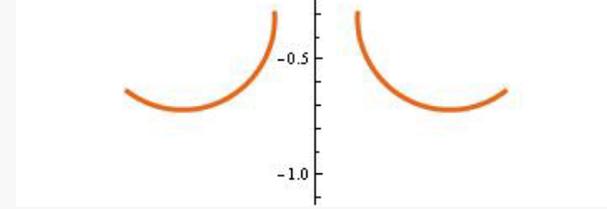
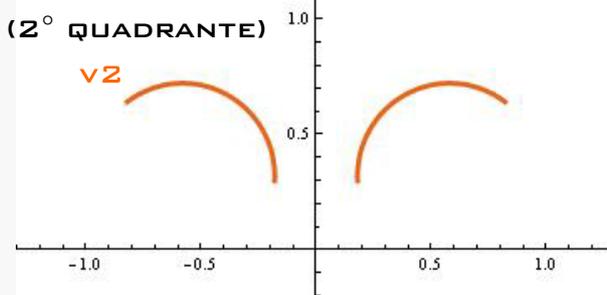
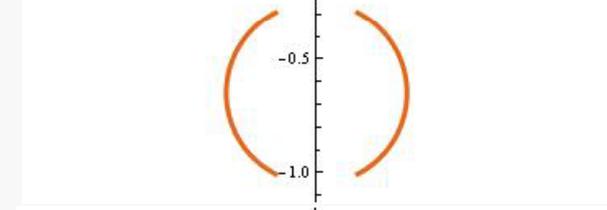
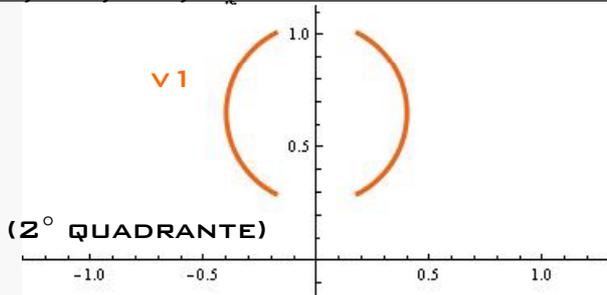
```
T2 =
PARAMETRICPLOT
[{{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T],
RFASSEY[{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]],
RFASSEX[{-1.08,0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]],
RFASSEX[RFASSEY[{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]]},
{T,-60/180,142/180 Pi},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.1,0.6,0.2],ABSOLUTETHICKNESS[3]}},
PLOT RANGE->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```

T2

```
T3 =
PARAMETRICPLOT
[{{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T],
RFASSEY[{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]],
RFASSEX[{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]],
RFASSEX[RFASSEY[{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]]},
{T,-200/180 Pi,-40/180 Pi},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.1,0.6,0.2],ABSOLUTETHICKNESS[3]}},
PLOT RANGE->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```

T3

v1,v2,v3; porzioni di circonferenza



v1

v2

v3

v1,v2,v3; porzioni di circonferenza

```
v1 =
PARAMETRICPLOT
[{{-0.5,+0.25}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T],
RFASSEY[{-0.5,+0.25}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T]],
RFASSEX[{-0.5,+0.25}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T]],
RFASSEX[RFASSEY[{-0.5,+0.25}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T]]]},
{T,117/180 Pi,243/180 Pi},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.9,0.4,0.1],ABSOLUTE THICKNESS[3]}},
PLOT RANGE->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```

v1

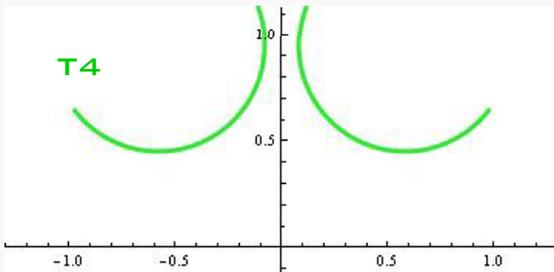
```
v2 =
PARAMETRICPLOT
[{{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T],
RFASSEY[{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T]],
RFASSEX[{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T]],
RFASSEX[RFASSEY[{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T]]]},
{T,-10/180,127/180 Pi},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.9,0.4,0.1],ABSOLUTE THICKNESS[3]}},
PLOT RANGE->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```

v2

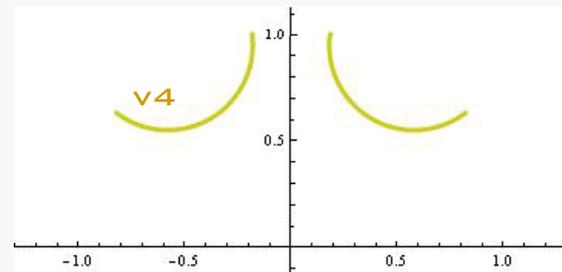
```
v3 =
PARAMETRICPLOT
[{{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T],
RFASSEY[{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T]],
RFASSEX[{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T]],
RFASSEX[RFASSEY[{-1.08,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T]]]},
{T,-186/180 Pi,-54/180 Pi},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.9,0.4,0.1],ABSOLUTE THICKNESS[3]}},
PLOT RANGE->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```

v3

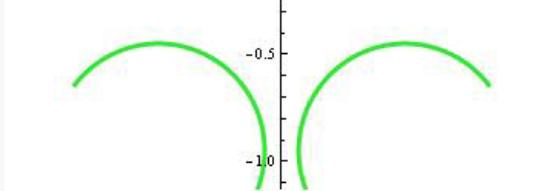
t4,v4 e t5,v5; porzioni di circonferenza



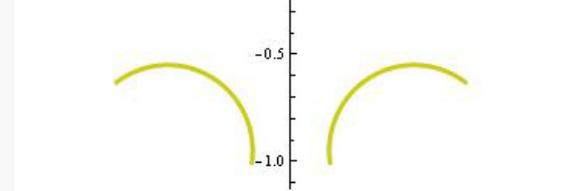
T4



v4



T5



v5

Successivamente grazie a riflessioni e traslazioni, si ottengono tutti gli archi di cerchio che meglio descrivono la figura studiata.

Il ragionamento applicato è stato quello di partire dalla porzione di curva individuata nel secondo quadrante e con l'ausilio di traslazioni e riflessioni ottenere le restanti tre.

Le curve t4 e t5 sono quasi una variazione sul tema, poiché ripetono rispettivamente la t2 e la t1 (quindi con identico dominio) ma hanno un diverso vettore spostamento.

t4,v4 e t5,v5; porzioni di circonferenza

T4=

```
PARAMETRICPLOT[{{-1.08,-1.35}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T],
RFASSEY[{-1.08,-1.35}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]],
RFASSEY[{-1.08,-1.35}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]],
RFASSEY[RFASSEY[{-1.08,-1.35}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]]},
{T,-65/180,142/180 Pi},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.2,0.9,0.2],ABSOLUTEThickness[3]}},
PLOTRange->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```

T4

T5=

```
PARAMETRICPLOT[{{1.15,0}+CIRCLE[0,0][0.5][T],
RFASSEY[{1.15,0}+CIRCLE[0,0][0.5][T]],
{T,102/180 Pi,258/180 Pi},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.2,0.9,0.2],ABSOLUTEThickness[3]}},
PLOTRange->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```

T5

v4=

```
PARAMETRICPLOT
[{{-1.08,-1.35}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T],
RFASSEY[{-1.08,-1.35}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T]],
RFASSEY[{-1.08,-1.35}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T]],
RFASSEY[RFASSEY[{-1.08,-1.35}+CIRCLE[0.5,0.4][0.4][T]]]},
{T,-25/180,127/180 Pi},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.8,0.8,0.1],ABSOLUTEThickness[3]}},
PLOTRange->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```

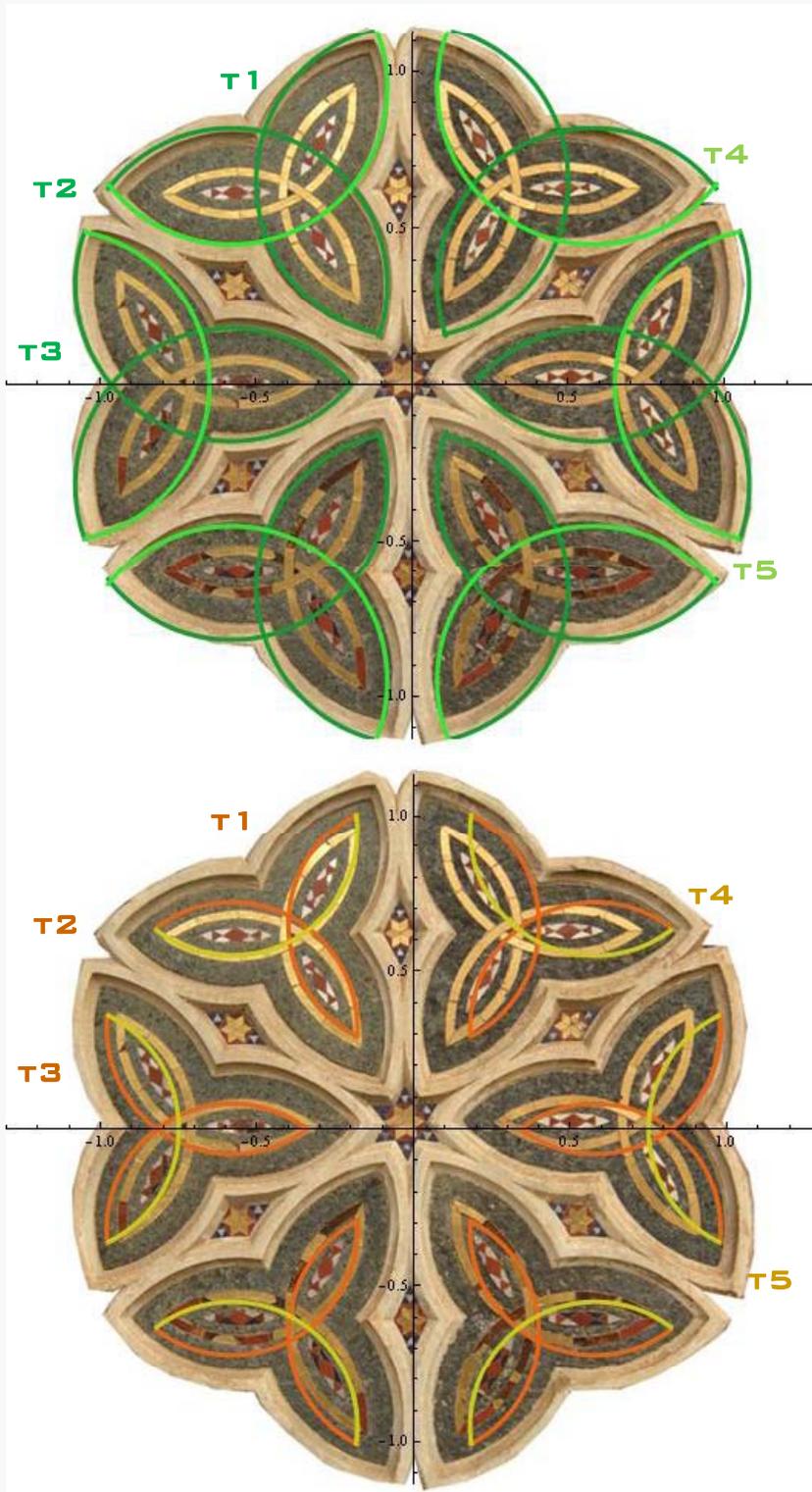
v4

v5=

```
PARAMETRICPLOT[{{1.15,0}+CIRCLE[0,0][0.4][T],
RFASSEY[{1.15,0}+CIRCLE[0,0][0.4][T]],
{T,116/180 Pi,244/180 Pi},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.8,0.8,0.1],ABSOLUTEThickness[3]}},
PLOTRange->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```

v5

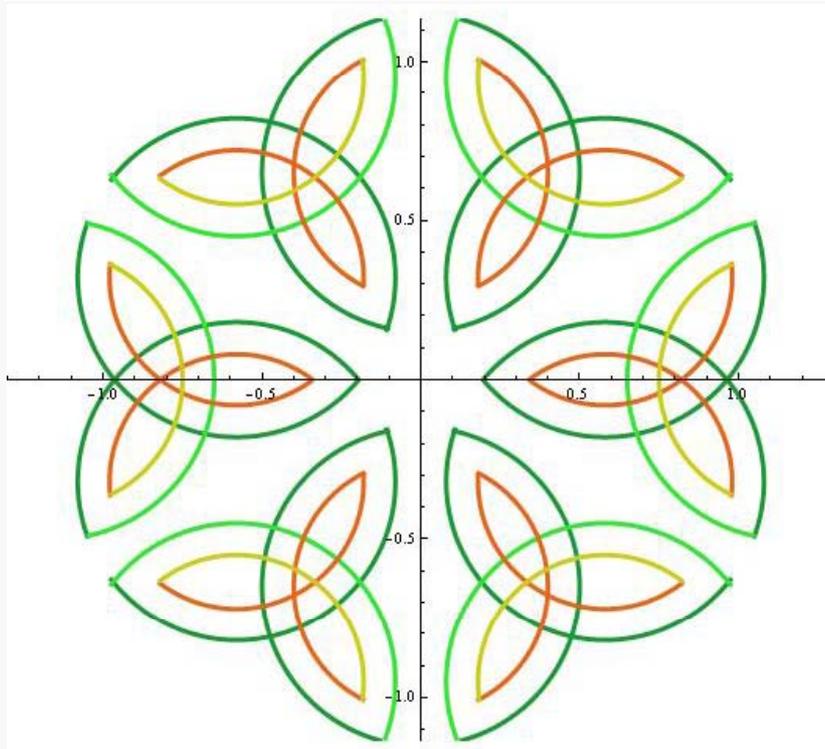
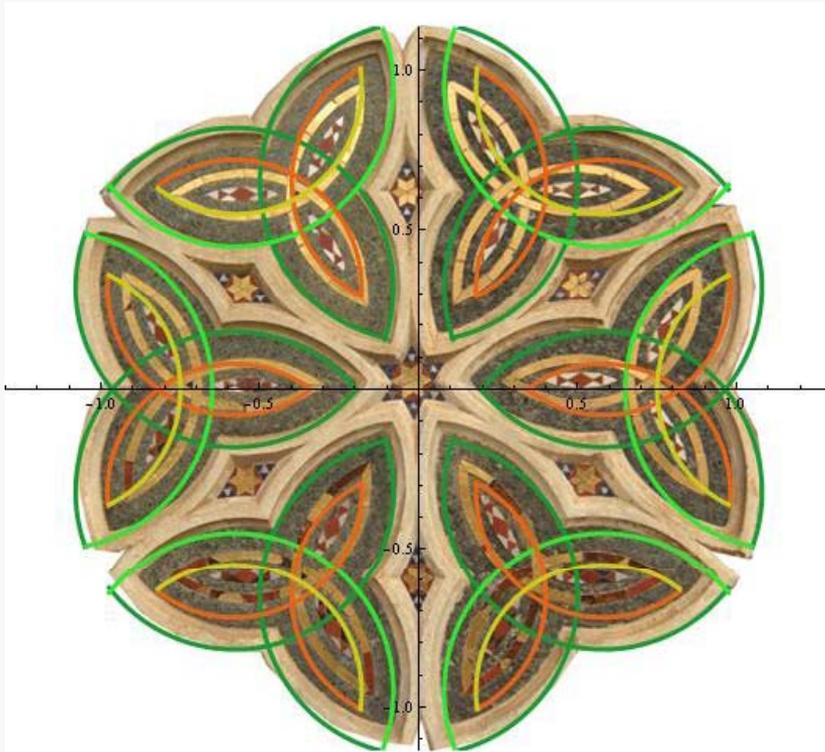
Mappatura



Immagini finali.

Per maggiore chiarezza
si è scelto di
riportarle separate e
complete prima di
sovrapporre le
realizzazioni.

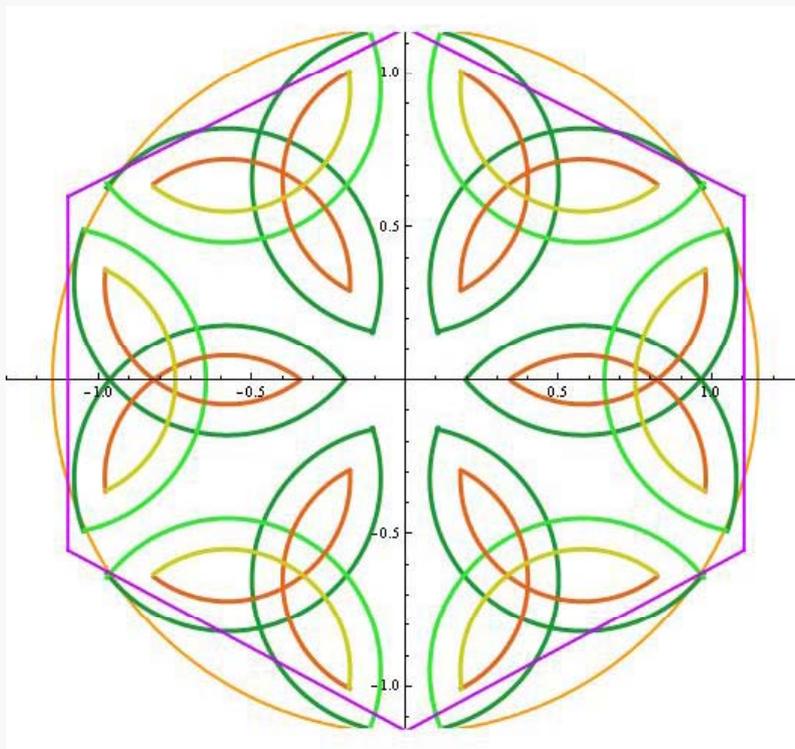
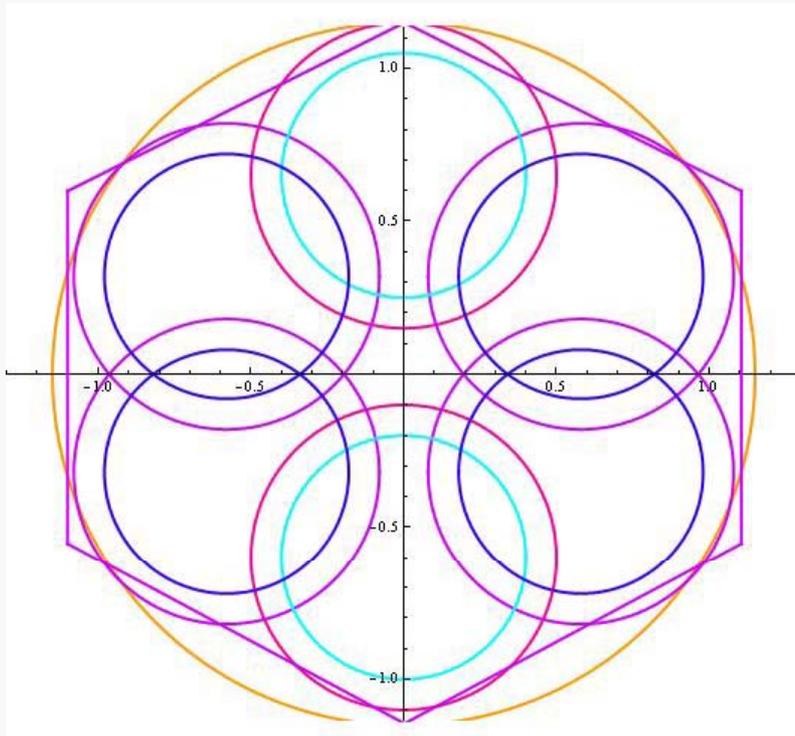
Mappatura finale



Sovrapposizione di tutte le curve ricavate.

Precisiamo che la mappatura puramente geometrica giustapposta all'immagine è leggermente fuori asse poiché la fotografia stessa è già frutto di svariati rimaneggiamenti. Tuttavia si è preferito mantenere fede alle simmetrie che il programma ci permette facilmente di constatare.

Ulteriori ragionamenti: esagono



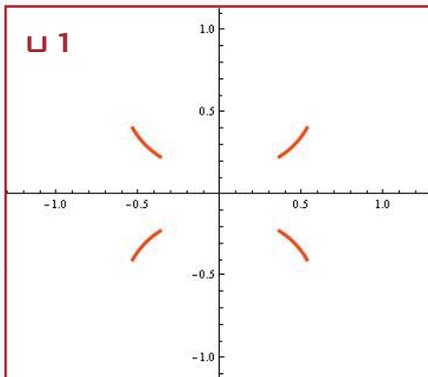
Prima di affrontare l'ultimo passo del percorso bidimensionale, ci si è fermati a ragionare ulteriormente sulle linee e i segmenti.

L'osservazione diretta, quindi dal vero, del modulo geometrico, ha permesso di visualizzare oltre alla circonferenza gl anche una modalità di circoscrivere gli ipocicloidi dettata da segmenti di linee spezzate consecutive che formano un esagono seppur non perfetto.

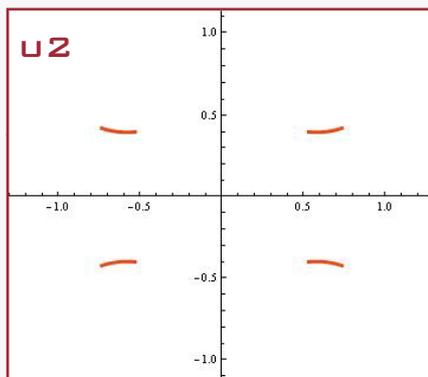
In questa situazione si è voluto evidenziare proprio questo aspetto di stasi, sul quale la mia mente si è soffermata pur non avendo nella realtà un vero riscontro grafico.

Ultima fase: segmenti di cerchi

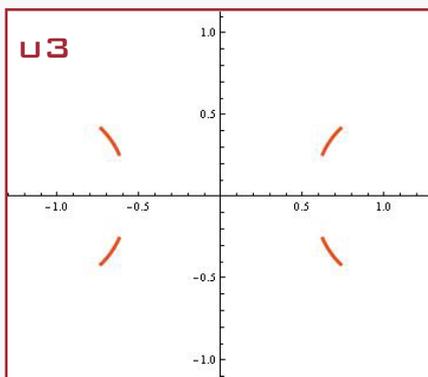
Con la stessa logica usata nel tracciare i segmenti di cerchio precedenti, procederemo per disegnare il grafico di porzioni ancora minori di quelle stesse geometrie. Questa fase sarà possibile manipolando ancora l'intervallo di variazione del parametro "t", contenuto nelle espressioni. O meglio, come già visto prima variandone il campo d'esistenza. Tutto questo, in seconda battuta, sarà completato utilizzando nuovamente le funzioni di riflessione rispetto agli assi convenienti.



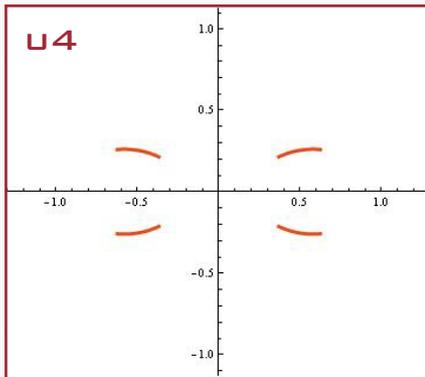
```
U1 = PARAMETRICPLOT
[{-0.6,+0.25}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T],
RFASSEX[{-0.6,+0.25}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]],
RFASSEY[{-0.6,+0.25}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]],
RFASSEX[RFASSEY[{0.6,+0.25}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]],{T,210/180 PI,238/180 PI},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.9,0.3,0.1],ABSOLUTE THICKNESS[3]}},
PLOT RANGE->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```



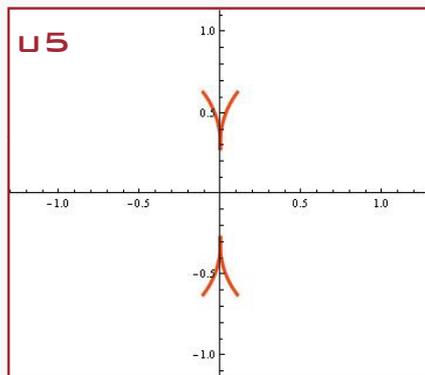
```
U2 = PARAMETRICPLOT
[RFASSEX[{-1.08,-1.3}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]],
RFASSEX[RFASSEX[{-1.08,-1.3}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]],
RFASSEY[RFASSEX[{-1.08,-1.3}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]],
RFASSEY[RFASSEX[RFASSEX[{-1.08,1.3}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]]],
{T,265/180,108/180 PI},PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.9,0.3,0.1],ABSOLUTE THICKNESS[3]}},
PLOT RANGE->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```



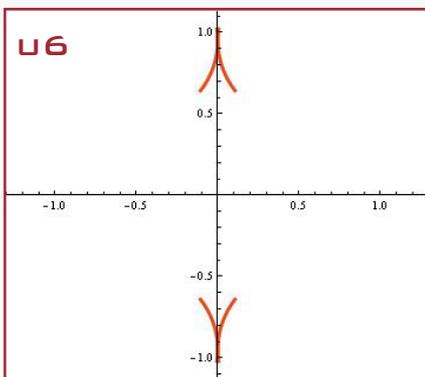
```
U3 = PARAMETRICPLOT
[RFASSEY[{1.08,0.055}+CIRCLE[0,0][0.5][T]],
RFASSEX[RFASSEY[{1.08,0.055}+CIRCLE[0,0][0.5][T]]],
RFASSEY[RFASSEY[{1.08,0.055}+CIRCLE[0,0][0.5][T]]],
RFASSEY[RFASSEX[RFASSEY[{1.08,0.055}+CIRCLE[0,0][0.5][T]]]],
{T,134/180 PI,156/180 PI},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.9,0.3,0.1],ABSOLUTE THICKNESS[3]}},
PLOT RANGE->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```



```
U4=PARAMETRICPLOT
[{RFASSEY[{-1.08,-0.16}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]],
RFASSEX[RFASSEY[{-1.08,-0.16}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]],
RFASSEY[RFASSEY[{-1.08,-0.16}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]],
RFASSEY[RFASSEX[RFASSEY[{-1.08,-0.16}+
CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]]]},{T,-95/180 Pi,-65/180 Pi},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.9,0.3,0.1],
ABSOLUTEThickness[3]}},
PLOTRange->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```



```
U5=PARAMETRICPLOT
[{RFASSEY[{-1,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]],
RFASSEX[RFASSEY[{-1,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]],
RFASSEY[RFASSEY[{-1,-0.08}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]],
RFASSEY[RFASSEX[RFASSEY[{-1,-0.08}+
CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]]]},{T,-5/180 Pi,38/180 Pi},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.9,0.3,0.1],
ABSOLUTEThickness[3]}},
PLOTRange->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```



```
U6=PARAMETRICPLOT
[{RFASSEY[{-1,-1.35}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]],
RFASSEX[RFASSEY[{-1,-1.35}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]],
RFASSEY[RFASSEY[{-1,-1.35}+CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]],
RFASSEY[RFASSEX[RFASSEY[{-1,-1.35}+
CIRCLE[0.5,0.4][0.5][T]]]]},{T,-25/180,38/180 Pi},
PLOTSTYLE->{{RGBCOLOR[0.9,0.3,0.1],
ABSOLUTEThickness[3]}},
PLOTRange->{{-1.3,1.3},{-600/530,600/530}}]
```

C'è da precisare che è stato possibile ottenere tali risultati utilizzando oltre agli assi di simmetria x ed y, impiegati nella riflessione delle ellissi, due rette oblique, assi di simmetria delle decorazioni romboidali della figura al centro delle circonferenze.

Mappatura finale

Sovrapposizione finale di tutte le curve ricavate.

Si osservi come la geometria assolutamente modulare si presti facilmente alla reiterazione che effettivamente avviene nel vero, ricoprendo una notevole porzione della parte bassa della facciata del duomo di Orvieto.

