

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Facoltà di Architettura - Istituzioni di Matematiche I
Proff. C. Falcolini, V. Talamanca
Prova scritta del 1 Febbraio 2010

Nome..... Cognome.....

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti. Vanno consegnati SOLO questi fogli

Eser.	I	II	III	IV	V	VI	Tot.
Voto							

I. Continuità

a) Dare la definizione di funzione continua in un punto x_0

b) Calcolare il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{8x}$

c) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e^{-x}}{8x}, & \text{se } x > 0; \\ kx^2 + |2 - k|, & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

Determinare per quali valori di k la funzione $f(x)$ é continua in $x = 0$

II. Induzione

Dimostrare per induzione che per ogni numero naturale $n \geq 1$ si ha

$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$$

III. Integrazione indefinita

Calcolare il seguente integrale $\int \frac{\log(x^2)}{x^2} dx$

V. Taylor

a) Sia $f(x) = \tan x$, calcolare

$$f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

$$f'''(x) =$$

b) Trovare i polinomi $P_0(x), P_1(x), P_2(x), P_3(x)$ rispettivamente di grado 0, 1, 2 e 3 che meglio approssimano la funzione $f(x) = \tan x$ nell'intorno di $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

$$P_0(x) =$$

$$P_1(x) =$$

$$P_2(x) =$$

$$P_3(x) =$$

c) Mettere schematicamente a confronto (sul retro del foglio) i grafici di $P_0(x), P_1(x), P_2(x)$ ed $f(x)$.

VI. Area di una regione piana

Calcolare l'area della regione di piano finita compresa tra le curve $y = \frac{1}{x}$ e $y = |-4x + 4|$.