

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Facoltà di Architettura

Istituzioni di Matematiche I

Proff. C. Falcolini, V. Talamanca

Prova scritta del 1 Febbraio 2011

N.B. Vanno consegnati SOLO questi fogli.

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti.

I. LAGRANGE

a) Enunciare il teorema di Lagrange per una funzione $f(x)$ nell'intervallo $[a, b]$:

Ipotesi:

Tesi:

b) Verificare che la funzione $f(x) = x^2 - x$, verifica le ipotesi del teorema di Lagrange in $[-2, 2]$,

c) Trovare un punto $c \in [-2, 2]$ (se esiste) che soddisfa il teorema di Lagrange per $f(x) = x^2 - x$,

d) Esiste $c_1 \in [-2, 2]$ che soddisfa il teorema di Lagrange per $g(x) = |f(x)| = |x^2 - x|$, (giustificare la risposta)

II SUCCESSIONI

Calcolare il limite della seguente successione:

$$a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n + \sqrt{n^2 + 3n - 5} - \sqrt{n^2 + \frac{n}{2} - 1}$$

III. INDUZIONE

Dimostrare per induzione che

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

IV. INTEGRALE INDEFINITO

Calcolare $\int x e^{\frac{x}{3}} dx$

V. AREA DI UNA REGIONE PIANA

Calcolare l'area della regione di piano finita compresa tra le curve $y = \frac{1}{x}$ e $y = |-4x + 4|$.

VI. STUDIO DI FUNZIONE

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2 - 2x - 3}{x + 2}\right). \text{ Determinare}$$

- a) il dominio di definizione di $f(x)$:
- b) il comportamento ai bordi del dominio di definizione ed eventuali asintoti orizzontali, verticali ed obliqui
- c) l'insieme dove $f(x)$ è crescente ed eventuali massimi e minimi relativi:
- d) l'insieme dove la concavità è rivolta verso l'alto e disegnare (sul retro del foglio) il grafico di $f(x)$