

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Facoltà di Architettura - Istituzioni di Matematiche I

Proff. C. Falcolini, V. Talamanca

Prova scritta del 5 luglio 2010

Nome..... Cognome.....

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti.

Vanno consegnati SOLO questi fogli

I. Polinomio di Taylor

a) Sia $f(x) = \log(2x^2 + e)$, determinare il dominio di $f(x)$

b) Trovare i polinomi $P_0(x), P_1(x), P_2(x), P_3(x)$ rispettivamente di grado 0, 1, 2 e 3 che meglio approssimano la funzione $f(x) = \log(2x^2 + e)$ nell'intorno di $x_0 = 0$.

$$P_0(x) =$$

$$P_1(x) =$$

$$P_2(x) =$$

$$P_3(x) =$$

c) Mettere schematicamente a confronto i grafici di $P_0(x), P_1(x), P_2(x)$ ed $f(x)$ in un intorno di x_0 .

II. Limiti di successioni

Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 + \sin(n+2)}{4n + \cos(n)} + \frac{|3 - 5n|}{2n + 2} \right)$$

III. Rolle

a) Enunciare il teorema di Rolle per una funzione $f(x)$ nell'intervallo $[a, b]$:

Ipotesi:

Tesi:

b) Verificare che la funzione $f(x) = e^{\sqrt{-x^2+2x+3}}$ verifica le ipotesi del teorema di Rolle nell'intervallo $[-1, 3]$

c) determinare gli eventuali punti che soddisfano il teorema di Rolle per $f(x) = e^{\sqrt{-x^2+2x+3}}$ nell'intervallo $[-1, 3]$

IV. Studio di funzione

Data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4}}{x+3}$. Determinare

il dominio di definizione di $f(x)$:

il comportamento ai bordi del dominio di definizione ed eventuali asintoti orizzontali verticali ed obliqui

l'insieme dove $f(x)$ è crescente ed eventuali massimi e minimi relativi:

disegnare (sul retro del foglio) il grafico di $f(x)$

V. Integrale indefinito

Risolvere il seguente integrale

$$\int \frac{x^3 - 2x^2 - 11x + 12}{x^2 - x - 12} dx$$

VI. Area di una regione piana

Calcolare l'area della regione compresa tra la retta $y = 1 - x$ ed il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} (x - 1)^2, & \text{se } x \leq 1; \\ -x^3 + \frac{13}{3}x^2 - \frac{13}{3}x + 1, & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$