

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Facoltà di Architettura - Istituzioni di Matematiche I

Proff. C. Falcolini, V. Talamanca

Prova scritta del 6 Settembre 2010

Nome..... Cognome

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti. Vanno consegnati SOLO questi fogli

Eser.	I	II	III	IV	V	VI Tot.
Voto						

I. Successioni

Determinare se le seguenti successioni ammettono limite ed in caso affermativo calcolare tale limite (giustificando tutti i passaggi):

$$a_n = \sqrt{3n^2 - 2} - \sqrt{n^2 + 1};$$

$$b_n = \left[\frac{3n^2 \cos(n) + 1}{n^3 + 2} + \left(\frac{n + 5}{n + 1} \right)^{n+1} \right]$$

II. Teorema di Lagrange

a) Enunciare il teorema di Lagrange per una funzione $f(x)$ nell'intervallo $[a, b]$:

Ipotesi:

Tesi:

b) Determinare se la funzione $f(x) = x + \cos(x)$ soddisfa le ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo $[\frac{\pi}{2}, \pi]$.

c) Determinare gli eventuali punti che soddisfano la tesi del teorema di Lagrange per, $f(x) = x + \cos(x)$ in $[\frac{\pi}{2}, \pi]$,

III. Area di una regione piana

Calcolare l'area della regione compresa tra le seguenti curve: $y = (x^2 - 1)^2$ e $y = -x^2 + 1$.

IV. Studio di funzione

Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x + 4}$$

Determinare: a) il dominio di definizione di $f(x)$:

b) comportamento ai bordi del dominio di definizione ed eventuali asintoti: orizzontali, obliqui

c) l'insieme dove $f(x)$ è crescente ed eventuali massimi e minimi relativi:

d) Tracciare (sul retro del foglio un grafico della funzione $f(x)$ che sintetizzi le informazioni così reperite.

V. Polinomi di Taylor

a) Scrivere la definizione del polinomio di Taylor per una funzione $f(x)$ centrato nel punto x_0

b) Trovare i polinomi $P_0(x), P_1(x), P_2(x)$ rispettivamente di grado 0, 1, 2 che meglio approssimano la funzione $f(x) = \log(3x + 2)$ nell'intorno di $x_0 = 0$.

$$P_0(x) =$$

$$P_1(x) =$$

$$P_2(x) =$$

b) Mettere schematicamente a confronto i grafici di $P_0(x), P_1(x), P_2(x)$ ed $f(x)$.

VI. Integrale indefinito

Risolvere il seguente integrale

$$\int \frac{2x^3 - x^2 + 2x - 1}{2x^2 + x + 3} dx$$