

**Facoltà di Architettura**  
**Istituzioni di Matematiche I**  
Proff. C. Falcolini, V. Talamanca  
**Prima prova in corso d'anno 10 Aprile 2010**

Nome..... Cognome.....

**Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti. Vanno consegnati SOLO questi fogli**

Eser.	I	II	III	IV	Tot.
Voto					

**I. (8 punti)**

Data la successione  $a_n = \frac{3n + 4}{1 - 5n}$

a. determinare i primi 5 valori di  $a_n$  e rappresentarli graficamente sul retro del foglio

b. scrivere la definizione di limite per una generica successione convergente:

c. calcolare il limite di  $a_n$ :

d. dimostrare il risultato del punto c. utilizzando esplicitamente la definizione di limite:

**II. (7 punti)**

a. Enunciare il Principio di Induzione per una generica proposizione  $P(n)$  dipendente da  $n \in \mathbf{N}$

b. Dimostrare per induzione che per ogni numero naturale  $n \geq 1$  si ha

$$\sum_{k=1}^n k2^k = (n-1)2^{n+1} + 2$$

**III. (8 punti)**

Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt[n]{4^n + 5^n} + \left( \frac{n+5}{n+1} \right)^{n+1} \right]$$

**IV. (8 punti)**

Data la successione  $a_n = \frac{3n^2 - 5}{2n^2 + 1}$

a. Scrivere la definizione di successione monotona crescente

b. Verificare che  $a_n = \frac{3n^2 - 5}{2n^2 + 1}$  è monotona crescente.

c. Determinare una successione  $b_n$  monotona crescente che converga a  $\frac{5}{2}$