UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Facoltà di Architettura - Istituzioni di Matematiche I
Proff. C. Falcolini, V. Talamanca
Prova scritta del 12 Settembre 2011

Nome.....Cognome.....Matricola

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti. Vanno consegnati SOLO questi fogli

Eser.	I	II	III	IV	V	VI
Voto						

I. Retta Tangente (5 punti)

a) Scrivere la definizione di derivata di una funzione $f(x)$ in un punto di ascissa x_0 .

b) Esporre il significato geometrico della derivata di una funzione $f(x)$ in un punto di ascissa x_0 .

c) Data la funzione $f(x) = -\ln(\sin^2(x))$, dire, giustificando la risposta, se è derivabile nel punto di ascissa $x_0 = -\frac{\pi}{2}$.

d) Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = -\ln(\sin^2(x))$ nel punto $P = (-\frac{\pi}{2}, 0)$

II. Area di una regione piana (5 punti)

Calcolare l'area della regione compresa tra la curva $y = x^3$ e la retta $y = x^2 + 2x$

III. Induzione (5 punti)

Dimostrare per induzione che

$$\sum_{k=1}^n \left(k^2 - \frac{1}{6}\right) = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2}$$

IV. Studio di funzione (5 punti)

Data la funzione $f(x) = e^{\left(\frac{3x}{x-1}\right)}$ Determinare: il dominio di definizione di $f(x)$ ed il comportamento ai bordi del dominio di definizione:

eventuali asintoti: orizzontali, verticali e obliqui

insieme di crescita di $f(x)$ ed eventuali massimi e minimi relativi:

eventuali flessi e dove la il grafico di $f(x)$ ha la concavità rivolta verso l'alto. Tracciare un grafico sul retro del foglio della funzione $f(x)$ che sintetizzi le informazioni così reperite.

V. Limiti di Successioni (5 punti)

a) Scrivere la definizione di limite per una generica successione convergente $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$.

b) Data la successione $a_n = \frac{11n^2+n+2}{n^2+1}$ dimostrare che $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 11$ utilizzando esplicitamente la definizione di limite.

VI. Integrale indefinito (5 punti)

Risolvere il seguente integrale

$$\int \sin(x) \cos(x) \ln(\sin(x)) dx$$