

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Facoltà di Architettura - Istituzioni di Matematiche I
Prof. C. Falcolini, V. Talamanca
Prova scritta 7 febbraio 2012

Nome..... Cognome.....

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti. Vanno consegnati SOLO questi fogli

Eser.	I	II	III	IV	V	VI Tot.
Voto						

I. Area di una regione piana

Calcolare l'area della regione compresa tra la curva $y = |x^2 - 3|$ e la retta $y = 1$.

II. Retta Tangente

- a) Scrivere la definizione di derivata di una funzione $f(x)$ in un punto di ascissa x_0 .
- b) Esporre il significato geometrico della derivata di una funzione $f(x)$ in un punto di ascissa x_0 .
- c) Data la funzione $f(x) = -e^{(\sin^2(x))}$, dire se è derivabile nel punto di ascissa $x_0 = \frac{\pi}{2}$.
- d) Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = -e^{(\sin^2(x))}$ nel punto $P = (\frac{\pi}{2}, -1)$

III. Continuità

- a) Scrivere la definizione di continuità di una funzione $f(x)$ in un punto $x_0 \in Dom(f)$.

- b) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} |bx - 3|, & \text{se } x < 1; \\ x^2 - b, & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

Determinare per quali eventuali valori di b la funzione é continua in $x = 1$.

IV. Studio di funzione

Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{x}{x-3}\right)$$

Determinare: (a) il dominio di definizione di $f(x)$; (b) il comportamento ai bordi del dominio di definizione; (c) gli eventuali asintoti verticali, orizzontali e/o obliqui; (d) eventuali massimi e minimi relativi e l'insieme di crescita di f ; (e) gli eventuali flessi e l'insieme dove la concavità è rivolta verso il basso. Infine tracciare un grafico della funzione $f(x)$ che sintetizzi le informazioni così reperite.

V. Limiti di Successioni

a) Scrivere la definizione di limite per una generica successione convergente $\{a_n\}_{n \in \mathbf{N}}$, cioè il significato della notazione $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$.

b) Data la successione $a_n = \frac{n^2-3}{5n^2+4}$, dimostrare che $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{5}$ utilizzando esplicitamente la definizione di limite.

VI. Integrale indefinito

Risolvere il seguente integrale

$$\int \sin x \cos x e^{\sin x} dx$$