

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Facoltà di Architettura

Istituzioni di Matematiche I

Proff. C. Falcolini, V. Talamanca

Prima prova in corso d'anno 11 Aprile 2011

Nome..... Cognome.....

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti. Vanno consegnati SOLO questi fogli

| Eser. | I | II | III | IV | Tot. |
|-------|---|----|-----|----|------|
| Voto | | | | | |

I. (7 punti)

a. Enunciare il Principio di Induzione per una generica proposizione $P(n)$ dipendente da $n \in \mathbb{N}$

b. Dimostrare per induzione che per ogni numero naturale $n \geq 1$ si ha

$$\sum_{k=1}^n \left(k^2 + k + \frac{1}{3} \right) = \frac{(n+1)^3 - 1}{3}$$

II. (7 punti)

Data la successione $a_n = \frac{2n+9}{5n+10}$

a. Scrivere la definizione di successione monotona decrescente

b. Verificare che $a_n = \frac{2n+9}{5n+10}$ sia monotona decrescente.

c. Determinare una successione b_n non costante, monotona decrescente che converga a $\frac{1}{3}$

III. (8 punti)

Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt[n]{5n + 7n^2 - 5} + \left(\frac{n+3}{n-2} \right)^n \right]$$

