

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Facoltà di Architettura

Istituzioni di Matematiche I

Proff. C. Falcolini, V. Talamanca

Prima prova in corso d'anno 11 Aprile 2011

Nome..... Cognome.....

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti. Vanno consegnati SOLO questi fogli

Eser.	I	II	III	IV	Tot.
Voto					

I. (7 punti)

a. Enunciare il Principio di Induzione per una generica proposizione $P(n)$ dipendente da $n \in \mathbb{N}$

b. Dimostrare per induzione che per ogni numero naturale $n \geq 1$ si ha

$$\sum_{k=1}^n (1 + 3k + 3k^2) = (n + 1)^3 - 1$$

II. (7 punti)

Data la successione $a_n = \frac{3n+7}{4n+4}$

a. Scrivere la definizione di successione monotona decrescente

b. Verificare che $a_n = \frac{3n+7}{4n+4}$ sia monotona decrescente.

c. Determinare una successione b_n non costante, monotona decrescente che converga a $\frac{2}{5}$

III. (8 punti)

Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt[n]{4^n + 3n^2 + 2} + \left(\frac{n-4}{n-1} \right)^n \right]$$

IV. (8 punti)

Data la successione $a_n = \frac{n - 7n^2 + 1}{4n^2 + 1}$

- a. determinare i primi 5 valori di a_n e rappresentarli graficamente
- b. scrivere la definizione di limite per una generica successione convergente:
- c. calcolare il limite di a_n :
- d. dimostrare il risultato del punto c. utilizzando esplicitamente la definizione di limite: