

Nome..... Cognome.....

**Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti. Vanno consegnati SOLO questi fogli**

Eser.	I	II	III	IV	Tot.
Voto					

**I. (7 punti)**

**II. SUCCESSIONE**

Data la successione  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  dove  $a_n = \frac{3n^2 + n - 2}{4 - 4n^2}$

1. determinare i primi 5 valori di  $a_n$  e rappresentarli graficamente
2. scrivere la definizione di limite per una generica successione convergente:
3. calcolare il limite di  $a_n$ :
4. dimostrare il risultato del punto 3. utilizzando esplicitamente la definizione di limite:

**II. (8 punti)**

Dimostrare per induzione che per ogni numero naturale  $n \geq 1$  si ha

$$\sum_{k=1}^n k(k-1) = \frac{n^3 - n}{3}$$

**III. (7 punti)**

Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4+n}{n} \right)^n + (n^4 + 7n)^{\frac{1}{n}}$$

(8 punti)

Data la successione  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  dove  $a_n = \frac{n^2 + n + 1}{n + 3}$

1. Scrivere la definizione di successione monotona crescente

2. Verificare che  $\frac{n^2 + 2n + 1}{n + 3}$  è monotona crescente.

4. Scrivere la definizione di successione divergente a  $+\infty$

Dimostrare, utilizzando esplicitamente la definizione di successione divergente, che  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 1}{n + 3} = +\infty$