

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE - Facoltà di Architettura**

Istituzioni di Matematiche I - Proff. C. Falcolini, V. Talamanca- Prova scritta del 19 Giugno 2012

Nome..... Cognome.....

**Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti. Vanno consegnati SOLO questi fogli**

Per il secondo esonero svolgere gli esercizi IV, V, VI, VII tempo 2 ore.

Per la prova scritta svolgere gli esercizi I, II, III, IV, V, VI; tempo 3 ore.

**I**

Data la funzione  $f(x) = \frac{x+1}{2x^2+2x+1}$  determinare:

- il dominio di definizione di  $f(x)$  e gli eventuali asintoti;
- eventuali massimi e minimi relativi e dove  $f(x)$  è crescente (e dove è decrescente);
- eventuali flessi e dove il grafico ha la concavità rivolta verso il basso.
- disegnare schematicamente il grafico di  $f(x)$ :

**II.**

Calcolare, se esiste, il limite della seguente successione:

$$a_n = \left(\frac{5+n}{n+3}\right)^n + (4^n - n^2 + 1)^{\frac{1}{n}}$$

**III.**

a) Scrivere la definizione di limite per una generica funzione quando  $x$  tende ad  $x_0$ .

b) Scrivere la definizione di continuità di una funzione  $f(x)$  in un punto  $x_0 \in \text{Dom}(f)$ .

c) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(bx), & \text{se } x < \frac{\pi}{2}; \\ -\cos(x), & \text{se } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Determinare per quali eventuali valori di  $b$  la funzione é continua in  $x = 1$ .

#### IV

1) Enunciare il teorema di Lagrange per una funzione  $f(x)$  nell'intervallo  $[a, b]$ :

Ipotesi:

Tesi:

2) Sia  $f(x) = \sqrt{16 - \frac{7}{8}x^3}$ . Verificare se  $f(x)$  soddisfa le ipotesi del Teorema di Lagrange nell'intervallo  $[0, 2]$ .

3) In caso affermativo determinare l'ascissa  $x_0$  del punto (o dei punti) che verifica il teorema di Lagrange per  $f(x) = \sqrt{16 - \frac{7}{8}x^3}$  nell'intervallo  $(0, 2)$

#### V

a) Scrivere la definizione del polinomio di Taylor di grado  $n$  centrato in  $x_0$ , per una generica funzione  $f$ :

b) Sia  $f(x) = e^{x^2+2}$ . Trovare i polinomi  $P_0(x), P_1(x), P_2(x), P_3(x)$  rispettivamente di grado 0, 1, 2 e 3 che meglio approssimano la funzione  $f(x) = e^{x^2+2}$  nell'intorno di  $x_0 = 0$ .

$$P_0(x) =$$

$$P_1(x) =$$

$$P_2(x) =$$

$$P_3(x) =$$

c) Mettere schematicamente a confronto (sul retro del foglio) i grafici di  $P_0(x), P_1(x), P_2(x)$  ed  $f(x)$ .

## VI

Calcolare l'area della regione compresa tra la curva  $y = |x^2 + 3x + 2|$  e la retta  $y = 1$ .

## VII

Risolvere i seguenti integrali

a)  $\int 6x\sqrt{3x^2 + 1} dx$

b)  $\int e^{3x} \cos(2x) dx$