

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Facoltà di Architettura

Istituzioni di Matematiche I

Proff. C. Falcolini, V.Talamanca

Prova di valutazione del 28 aprile 2012

Nome..... Cognome..... Anno Immatric.

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni chiare ed esaurienti.

N.B. Vanno consegnati SOLO questi fogli.

Eser.	I	II	III	IV	V	Tot.
Voto						

I (6 punti)

(a) scrivere la definizione di limite per una generica successione convergente:

(b) Data la successione $a_n = \frac{4n^2 + n - 1}{3n^2 + 2n}$ calcolare il limite di a_n :

(c) dimostrare il risultato del punto (b) utilizzando esplicitamente la definizione di limite:

II (6 punti)

Dimostrare per induzione che per ogni $n \geq 1$ si ha:

$$\sum_{k=1}^n \left(k^2 - \frac{1}{6}\right) = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2}$$

III (6 punti)

(a) $f(x) = x \cos(x^2 + 1) \rightarrow f'(x) =$

(b) $f(x) = \sqrt{3x^2 - x^3 + 3} \rightarrow f'(x) =$

(c) $f(x) = \frac{e^{3x^2+2}}{\cos(x)} \rightarrow f'(x) =$

IV (7 punti)

a) Scrivere la definizione di derivata di una funzione $f(x)$ in un punto di ascissa x_0

b) Esporre il significato geometrico della derivata di una funzione $f(x)$ in un punto di ascissa x_0 .

c) Data la funzione $f(x) = \begin{cases} kx^2 + 6x + 6 & x > 1 \\ -9x^2 + k^2x + 1 & x \leq 1 \end{cases}$; determinare per quali valori di k , è continua in $x_0 = 1$.

d) determinare per quali valori di k , $f(x)$ è derivabile in $x_0 = 1$.

e) Per il valore determinato nel punto (d) scrivere l'equazione della retta r tangente al grafico di $f(x)$ nel punto di ascissa $x = 1$

V. STUDIO DI FUNZIONE (7 punti)

Data la funzione $f(x) = \frac{x^3}{3-x^2}$ determinare:

- a. il dominio di definizione di $f(x)$;
- b. gli eventuali asintoti;
- c. Dove $f(x)$ è crescente (e dove è decrescente) ed eventuali massimi e minimi
- d. tracciare schematicamente il grafico di $f(x)$.