

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Facoltà di Architettura

Istituzioni di Matematiche I

Prof. C. Falcolini, V. Talamanca

Prova di valutazione del 28 aprile 2012

Nome..... Cognome..... Anno Immatric. ....

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni chiare ed esaurienti.

N.B. Vanno consegnati SOLO questi fogli.

Eser.	I	II	III	IV	V	Tot.
Voto						

I (6 punti)

(a) scrivere la definizione di limite per una generica successione convergente:

(b) Data la successione  $a_n = \frac{3n^2 + n - 1}{2n^2 + 3n}$  calcolare il limite di  $a_n$ :

(c) dimostrare il risultato del punto (b) utilizzando esplicitamente la definizione di limite:

**II (6 punti)**

Dimostrare per induzione che per ogni  $n \geq 1$  si ha:

$$\sum_{k=1}^n k(3k+1) = n^3 + 2n^2 + n$$

**III (6 punti)**

(a)  $f(x) = x \cos(x^2) \rightarrow f'(x) =$

(b)  $f(x) = \sqrt{4x^2 - 2x^3} \rightarrow f'(x) =$

(c)  $f(x) = \frac{e^{2x^2+1}}{\cos(x)} \rightarrow f'(x) =$

**IV (7 punti)**

a) Scrivere la definizione di derivata di una funzione  $f(x)$  in un punto di ascissa  $x_0$

b) Esporre il significato geometrico della derivata di una funzione  $f(x)$  in un punto di ascissa  $x_0$ .

c) Data la funzione  $f(x) = \begin{cases} kx^2 + x + 5 & x > 1 \\ -7x^2 + k^2x + 1 & x \leq 1 \end{cases}$ ; determinare per quali valori di  $k$ , è continua in  $x_0 = 1$ .

d) determinare per quali valori di  $k$ ,  $f(x)$  è derivabile in  $x_0 = 1$ .

e) Per il valore determinato nel punto (d) scrivere l'equazione della retta  $r$  tangente al grafico di  $f(x)$  nel punto di ascissa  $x = 1$

**V. STUDIO DI FUNZIONE ( 7 punti)**

Data la funzione  $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$  determinare:

- a. il dominio di definizione di  $f(x)$ ;
- b. gli eventuali asintoti;
- c. Dove  $f(x)$  è crescente (e dove è decrescente) ed eventuali massimi e minimi
- d. tracciare schematicamente il grafico di  $f(x)$ .