

# La Matematica nell'Astronomia

## Una (breve) introduzione

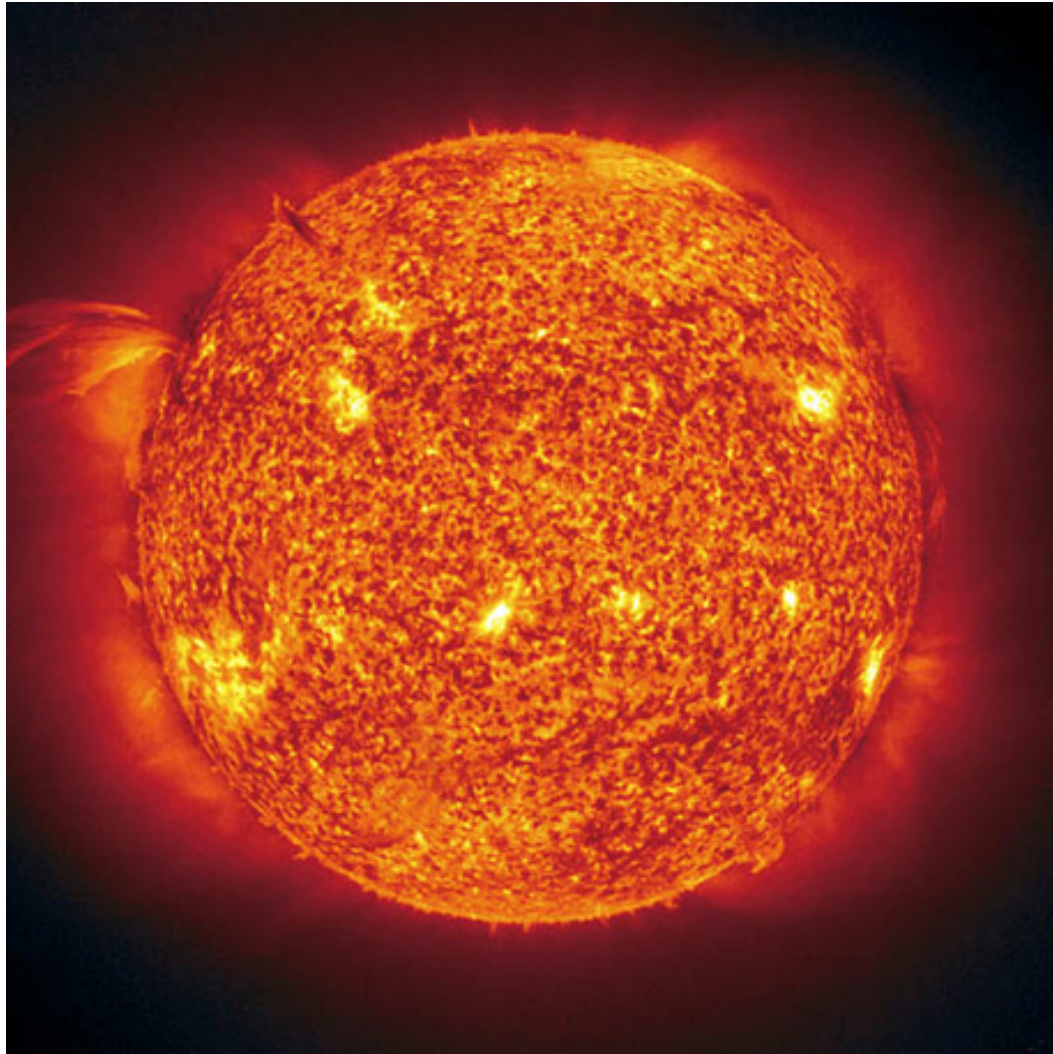
*Roberto Ferretti*

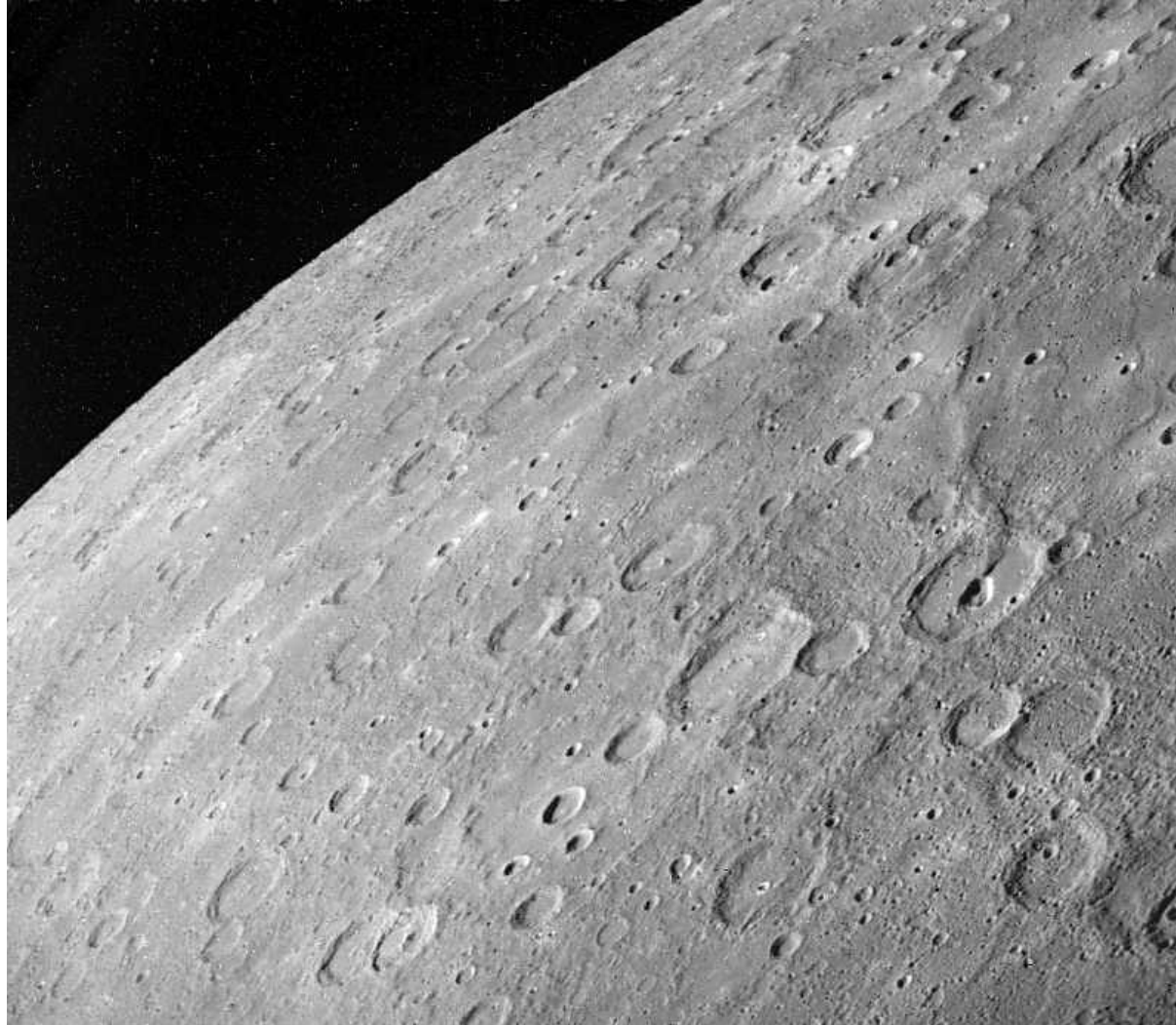


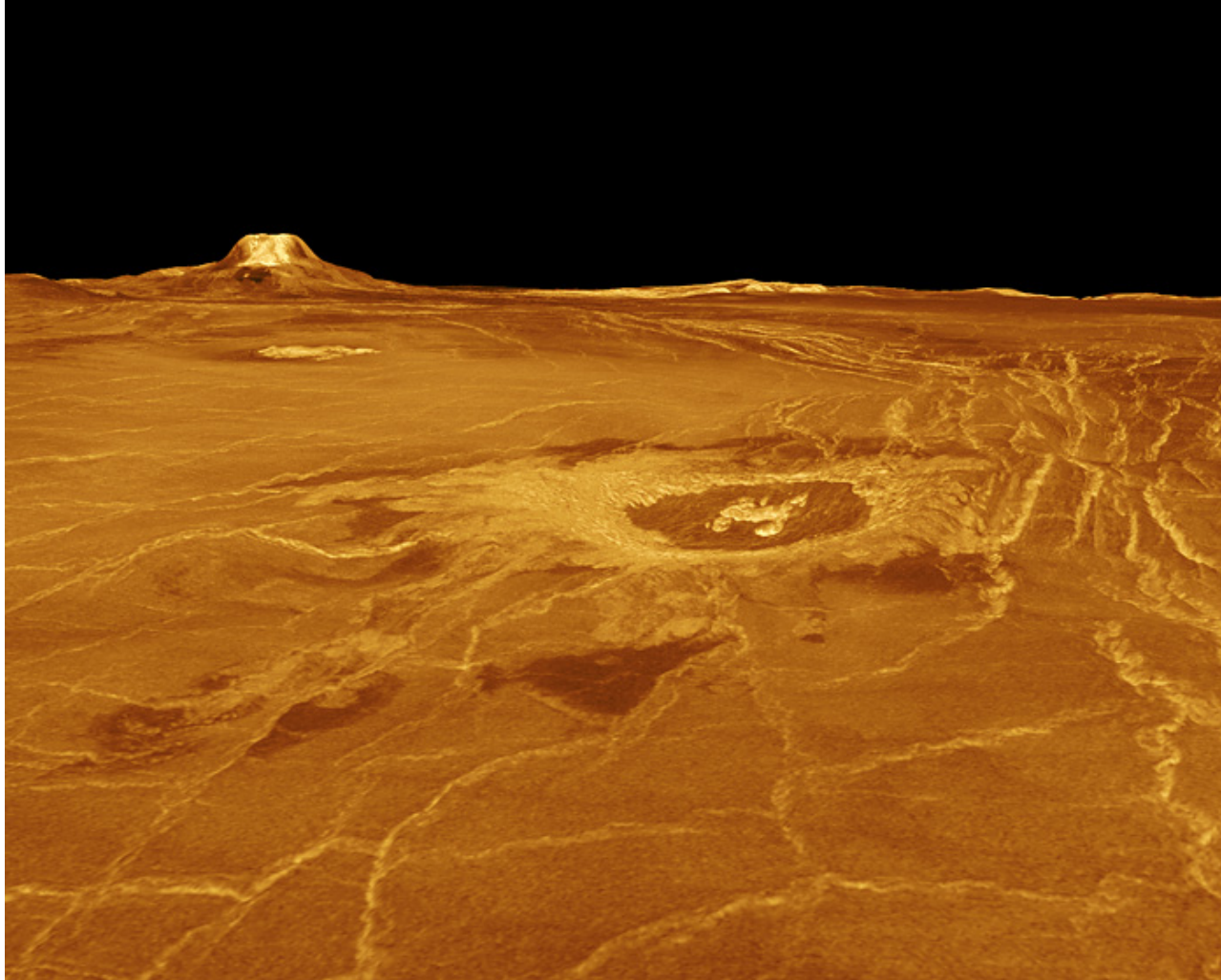
*Dipartimento di Matematica  
Università di Roma Tre*

## **Il cielo: un fascino intramontabile**

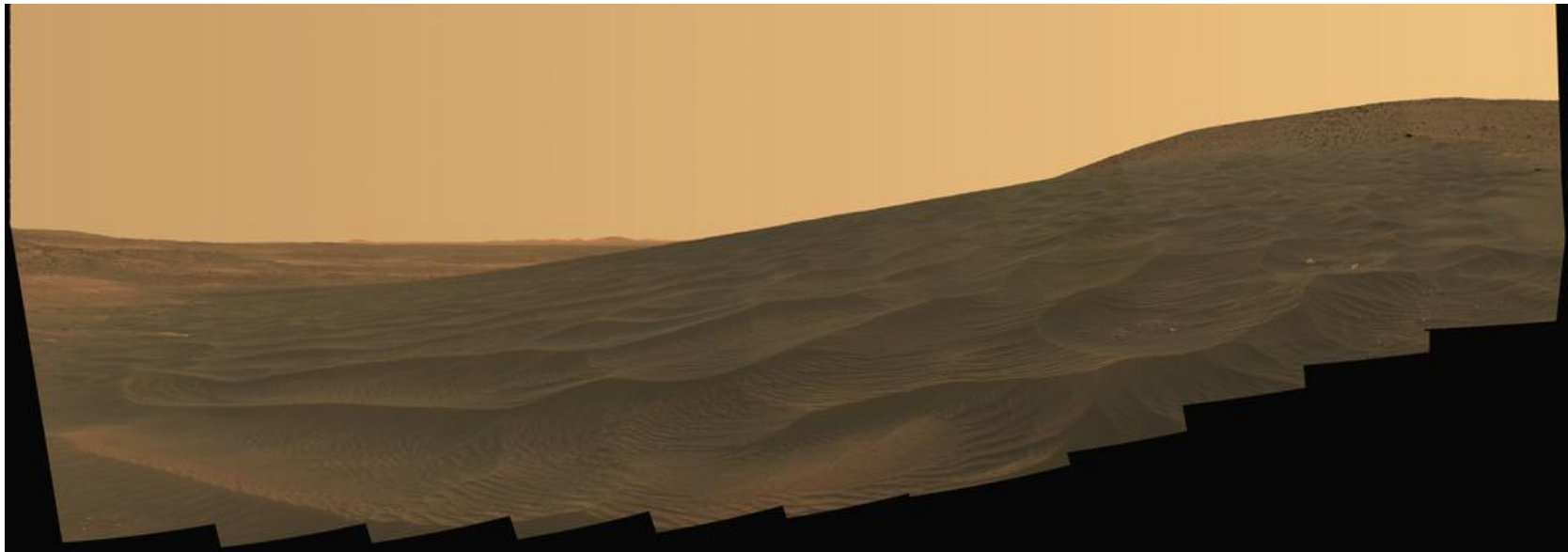
Come si può parlare di astronomia senza fermarsi un attimo a guardare il cielo? E' un fascino che l'uomo ha subito da sempre.

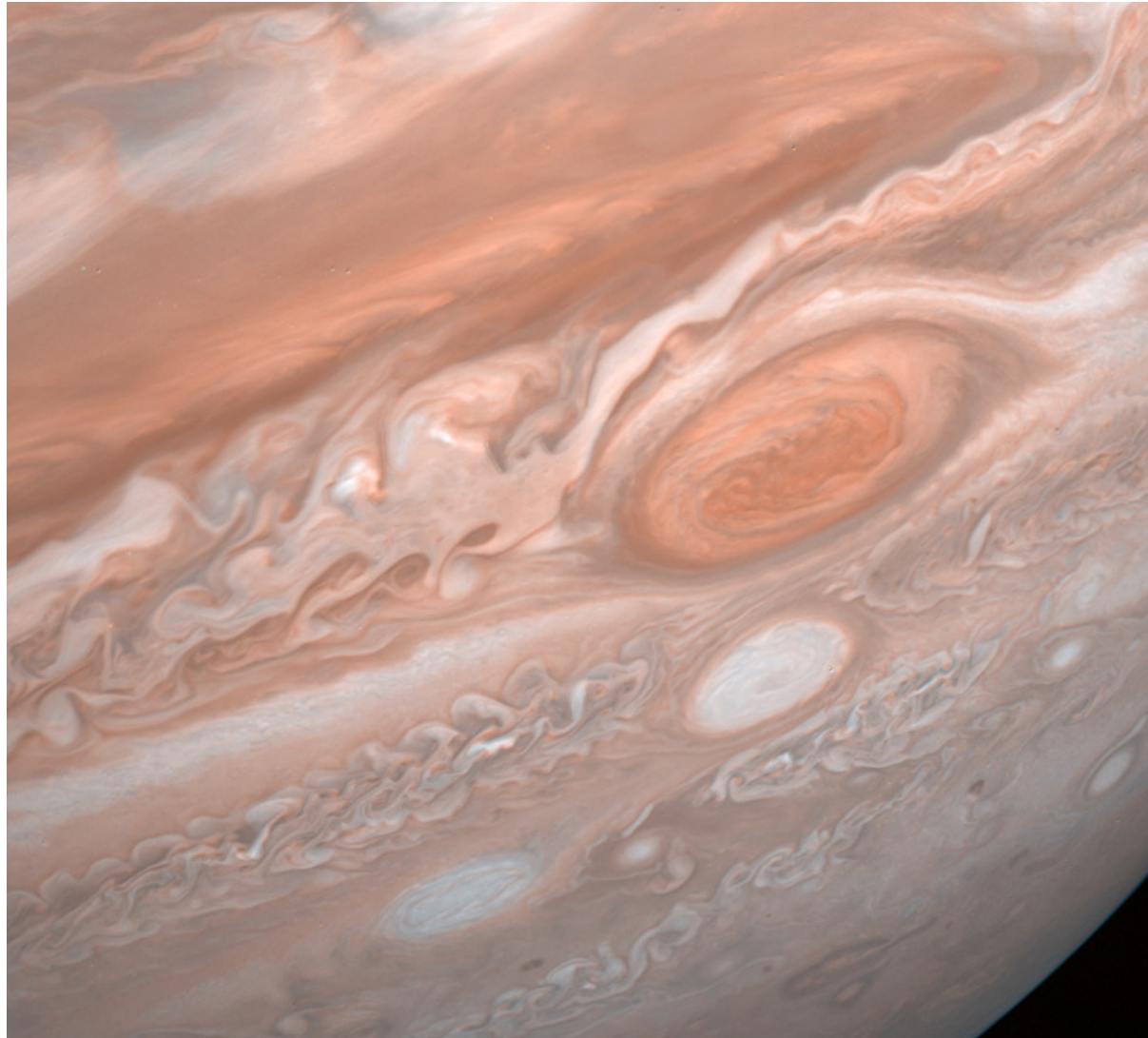


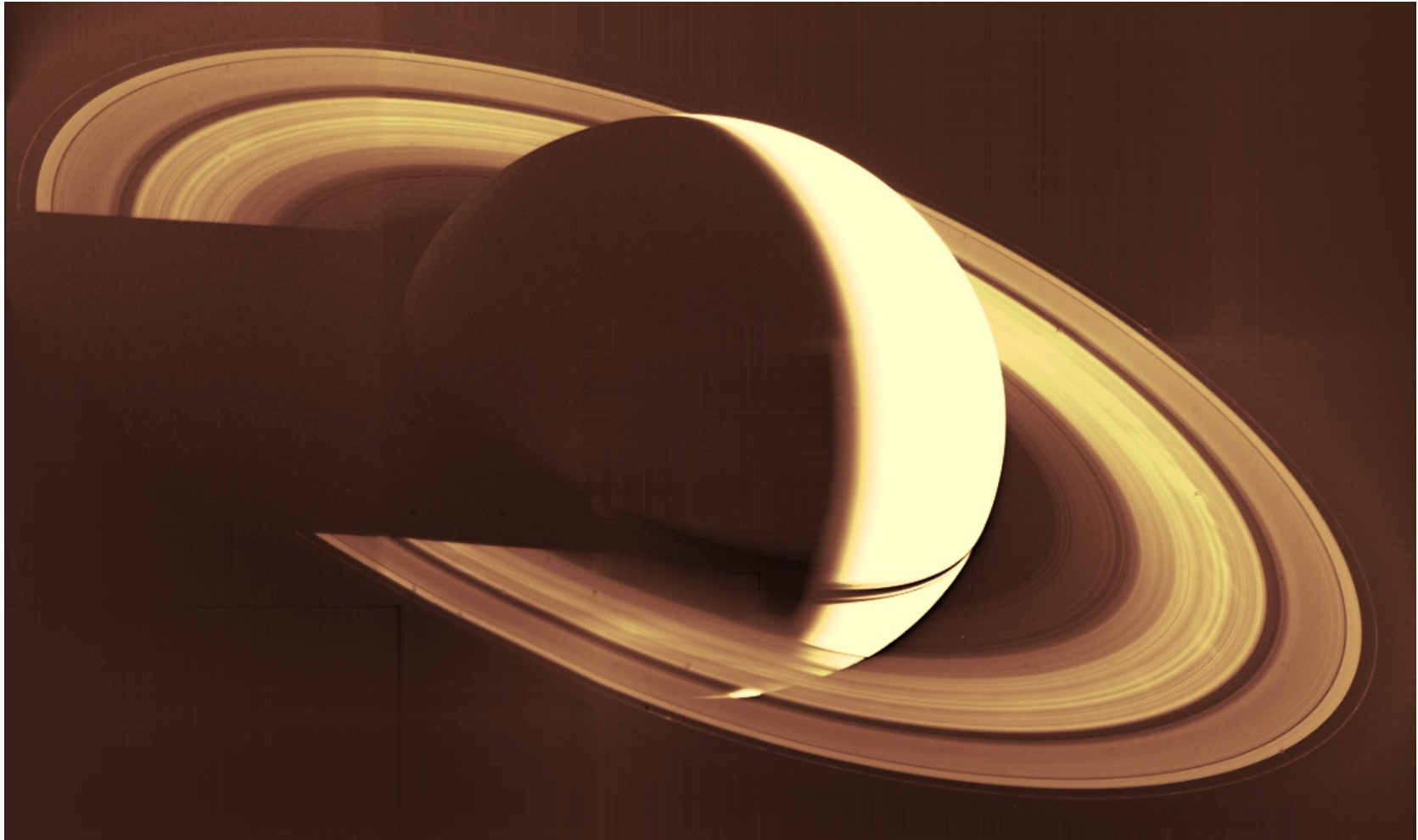




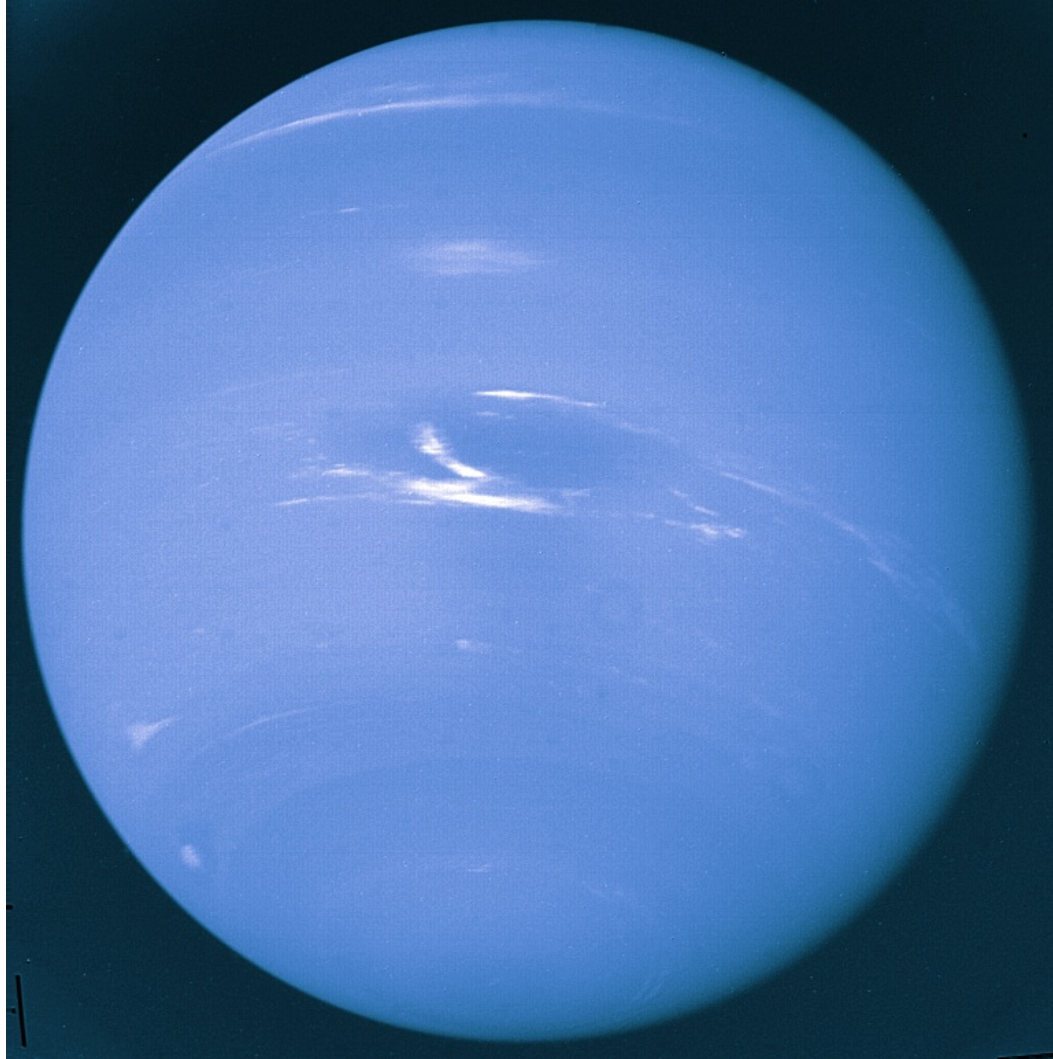






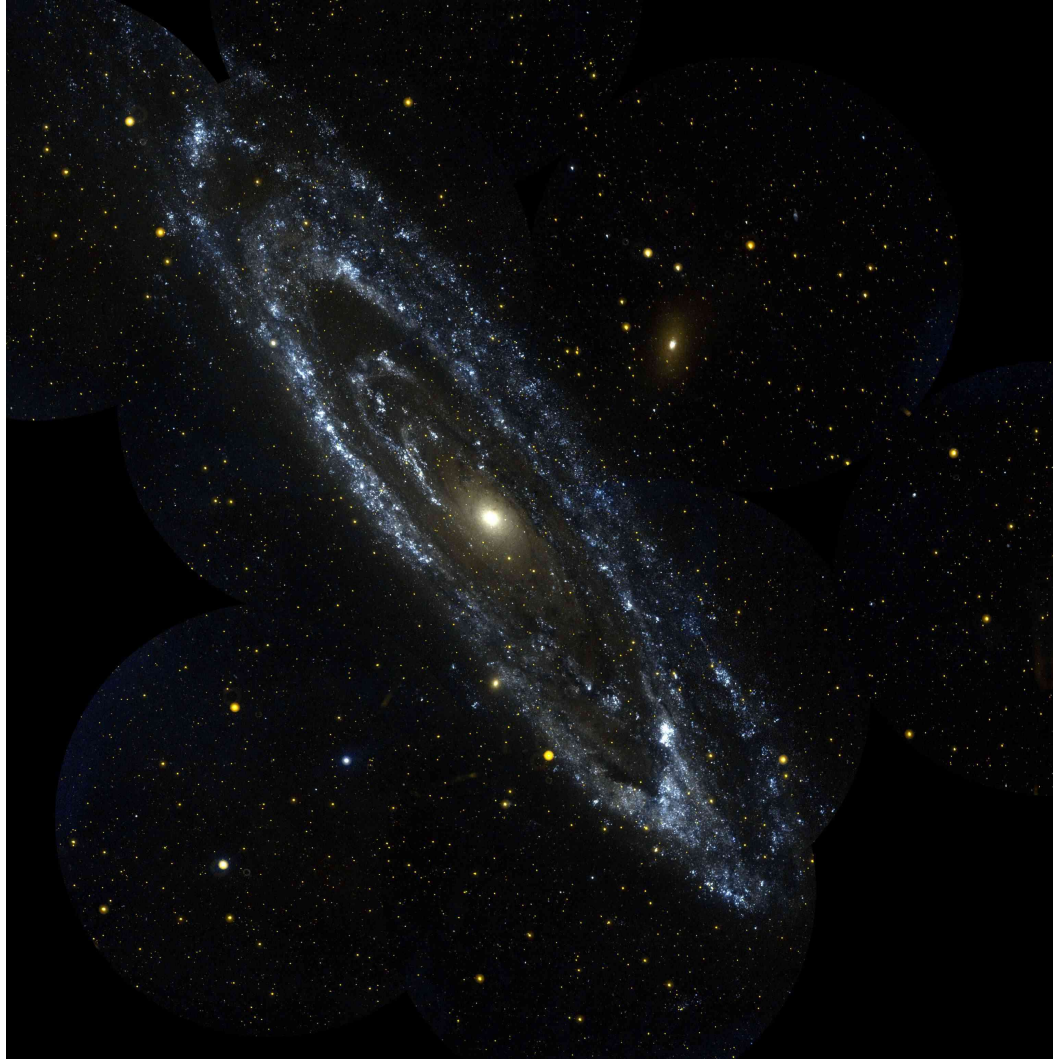












## Alla ricerca di un modello matematico

La interpretazione del moto dei corpi celesti é però da sempre anche un banco di prova della **comprensione che l'uomo ha del mondo fisico**.

La transizione alla scienza moderna é avvenuta nel momento in cui si é riusciti ad interpretare il comportamento dell'universo sulla base di **poche leggi, semplici e generali**.

## La visione greca dell'universo

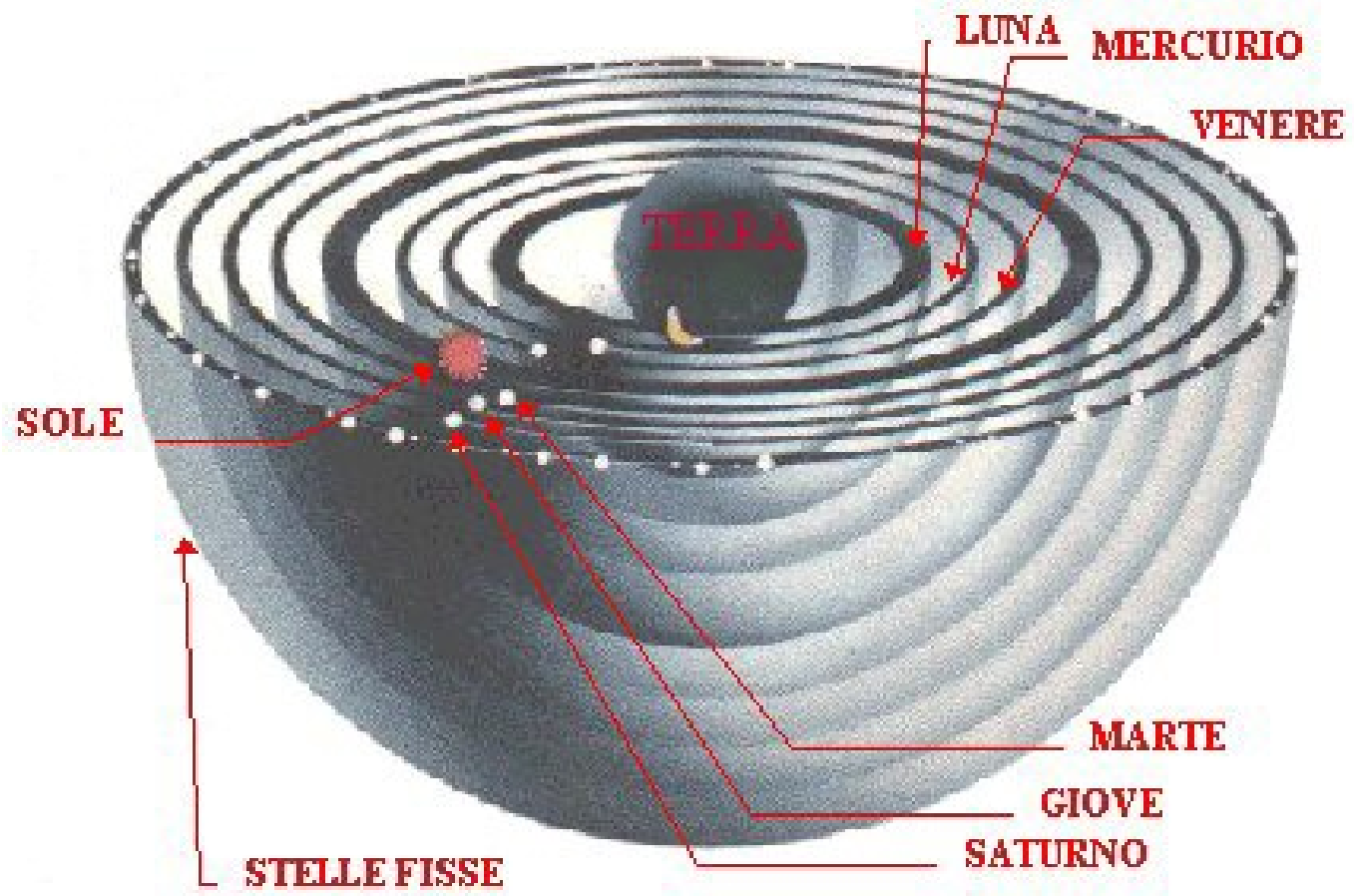
Gli antichi greci, oltre a raccogliere molti dati astronomici, dettero diversi modelli dell'universo (in realtà del sistema solare). Contrariamente a quello che si può pensare, alcuni di questi modelli erano sostanzialmente eliocentrici.

- Per motivi filosofici (dovuti all'influenza di Platone) si supposeva che i corpi celesti avessero necessariamente **orbite circolari** (o composte di moti circolari) percorse a **velocità uniforme**
- Di regola la terra veniva posta al centro, mentre all'esterno l'universo era delimitato dal cosiddetto **cielo delle stelle fisse**

## Il modello delle sfere di Eudosso ed Aristotele (IV sec. a.C.)

Nel modello di Eudosso, ulteriormente sviluppato poi da Aristotele, i corpi celesti si muovevano su **sfere trasparenti concentriche**

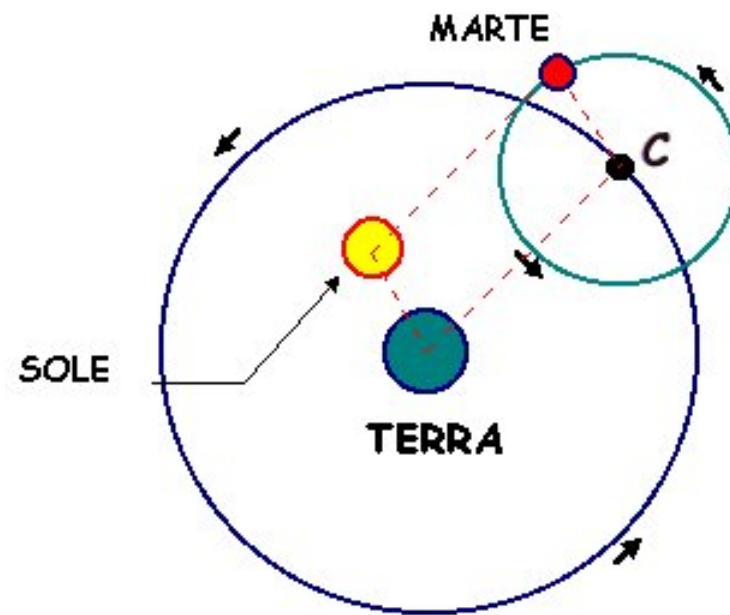
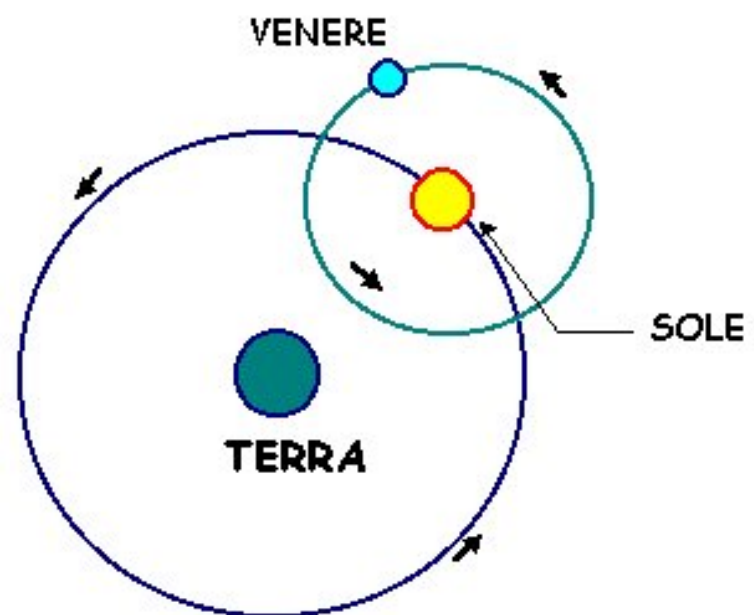
- Il problema di questa descrizione dell'universo era interpretare i moti apparentemente disuniformi (ad esempio, retrogradi) dei pianeti
- La interpretazione di queste situazioni richiese di **assegnare più sfere ad un unico corpo celeste**, con il risultato di un modello geometricamente **molto complicato** (fino a 50 sfere concentriche)



## Il modello degli epicicli di Eraclide (IV sec. a.C.)

Il modello di Eudosso non spiega la variazione di luminosità (cioé di distanza dalla Terra) dei vari pianeti. Per questo, Eraclide introdusse un modello in cui i pianeti seguono orbite composte di due movimenti circolari, uno piú grande (**deferente**) ed uno piú piccolo (**epiciclo**)

- Per i pianeti **interni** alla Terra (Mercurio, Venere) il centro dell'epiciclo é il Sole
- Per i pianeti **esterni** (Marte, Giove, Saturno) il centro dell'epiciclo é un punto che si sposta ad una certa velocità lungo la sua orbita, mentre il pianeta gira alla stessa velocità del Sole



## Il modello eliocentrico di Aristarco (III sec. a.C.)

In una ulteriore evoluzione del modello di Eraclide, Aristarco suppone che **tutti i pianeti ruotino intorno al Sole, ed a sua volta il Sole intorno alla Terra**. Questo modello fu ripreso molti secoli dopo da Tycho Brahe

- Aristarco stesso comprese che in questo modello non faceva molta differenza che **anche la Terra stessa girasse intorno al Sole**
- Oltre a questo modello, Aristarco stimó per primo l'ordine di grandezza delle dimensioni del sistema solare e capí che il cielo delle stelle fisse doveva essere "molto lontano"

## Il modello geocentrico di Ipparco e Tolomeo (II sec. a.C.–II sec. d.C.)

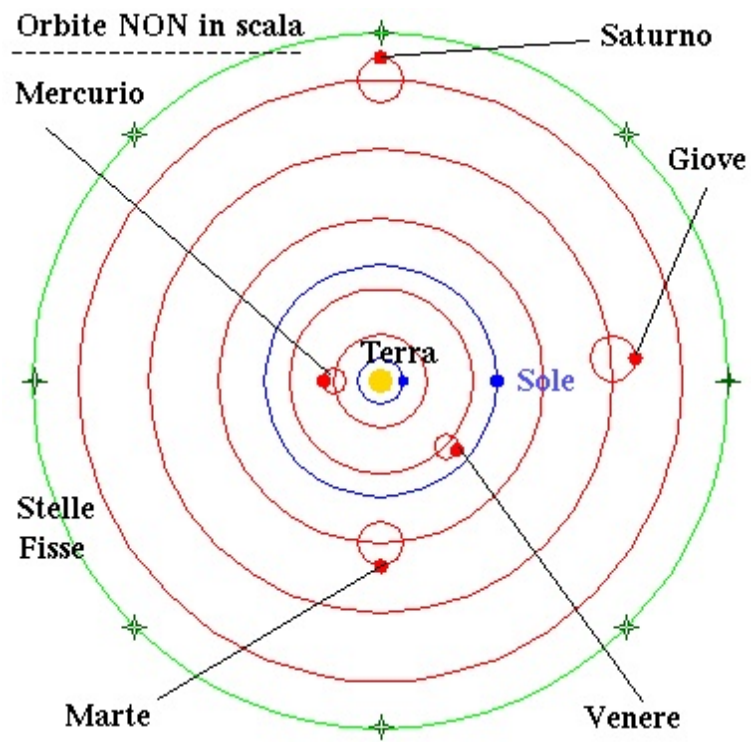
Reputato il piú grande astronomo dell'antichitá per l'accuratezza delle sue osservazioni e dei suoi calcoli, Ipparco riprese la teoria degli epicicli sostenendo però che sia il Sole che i pianeti girino intorno alla Terra componendo orbite di raggio piú grande con epicicli di raggio minore

- In questo modo si tornava ad una teoria **completamente geocentrica**, che fu poi sistematizzata e divulgata da Tolomeo
- Il modello di Ipparco era piuttosto accurato, ma **estremamente complesso**, e non spiegava comunque alcune "anomalie" dei moti

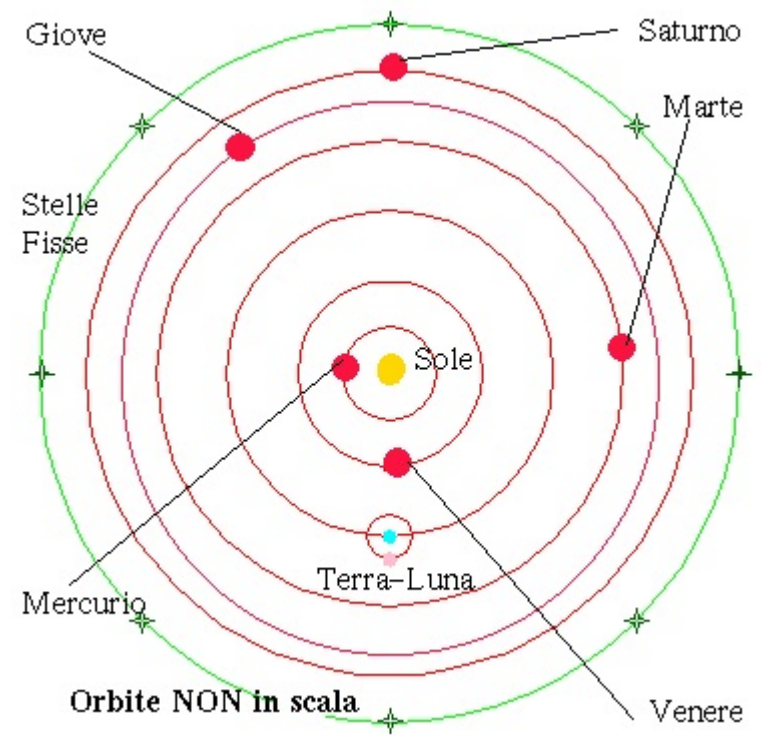
## Il modello di Copernico (XV sec.)

L'astronomo polacco Nicolás Copernico mise per primo in dubbio, quattordici secoli dopo, la validità del sistema tolemaico, dimostrando che **un sistema eliocentrico con la Terra in rotazione descriveva in modo più semplice la maggior parte dei moti celesti**

- La teoria copernicana é una ulteriore evoluzione del modello di Aristarco. Copernico stesso negó di essere l'inventore di questa teoria
- Il modello di Copernico **fornisce semplicemente buoni risultati qualitativi**, ma deve essere corretto in modo molto complesso per dare risultati quantitativamente attendibili



tolemaico

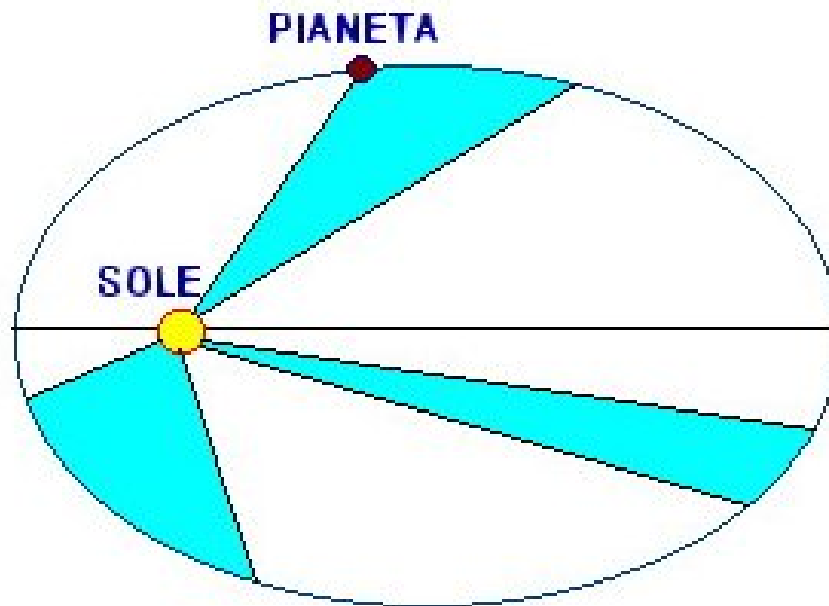


copernicano

## Il modello moderno: Keplero, Galileo, Newton (XVII sec.)

Tra il 1609 ed il 1618, Johannes Kepler formuló le tre leggi sul moto dei pianeti che portano il suo nome:

- I pianeti seguono **orbite ellittiche** di cui un fuoco é il Sole
- La velocità areolare é **costante**
- Il quadrato del periodo  $P$  del moto é **proporzionale al cubo dell'asse maggiore** dell'ellisse:  $P^2 = ka^3$



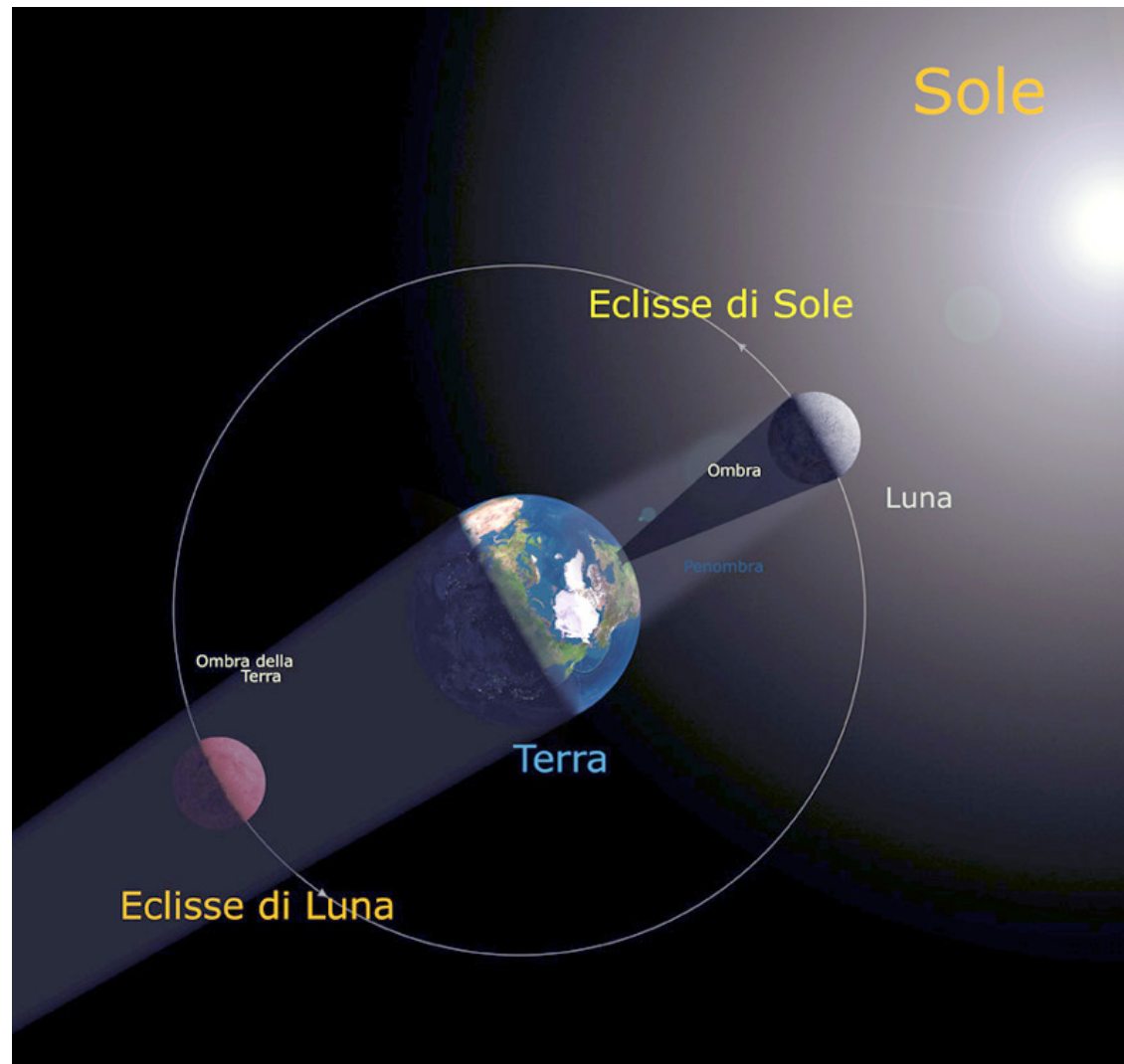
$$\text{velocit\acute{a} areolare} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

- Il modello di Keplero **abbandonava finalmente l'ipotesi che le orbite fossero circolari ed il moto uniforme**
- Permetteva di descrivere il moto dei pianeti in modo quantitativamente corretto e altrettanto semplice del modello copernicano senza epicicli
- Veniva giustificato completamente poco dopo da Newton sulla base di **due sole leggi universali**: il secondo principio della dinamica e la legge di gravitazione (e fornendo quindi una importante conferma della loro validità)

## Una protagonista del cielo: la periodicità

Dal punto di vista matematico, una caratteristica costante del moto dei corpi celesti é **la sua natura periodica**.

Mentre però nei fenomeni più semplici la periodicità é evidente, in quelli complessi (quali le eclissi) questa caratteristica entra in modo non ovvio. La comprensione profonda della **struttura matematica del problema** é fondamentale per poter prevedere tali fenomeni.



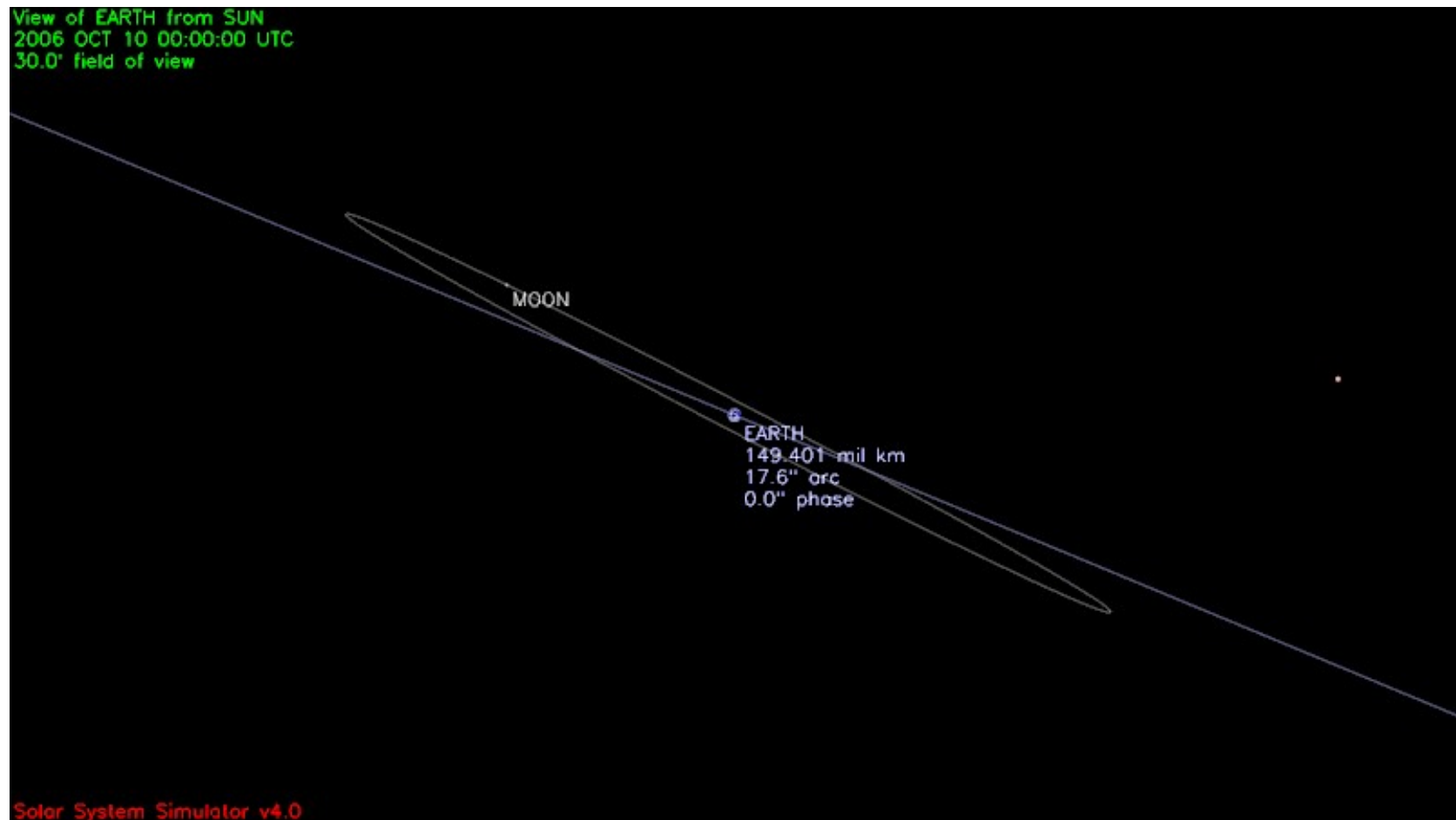






E' ovvio che il fenomeno delle eclissi richieda il verificarsi di **opportune condizioni**.

Ad esempio il 10 ottobre 2006...

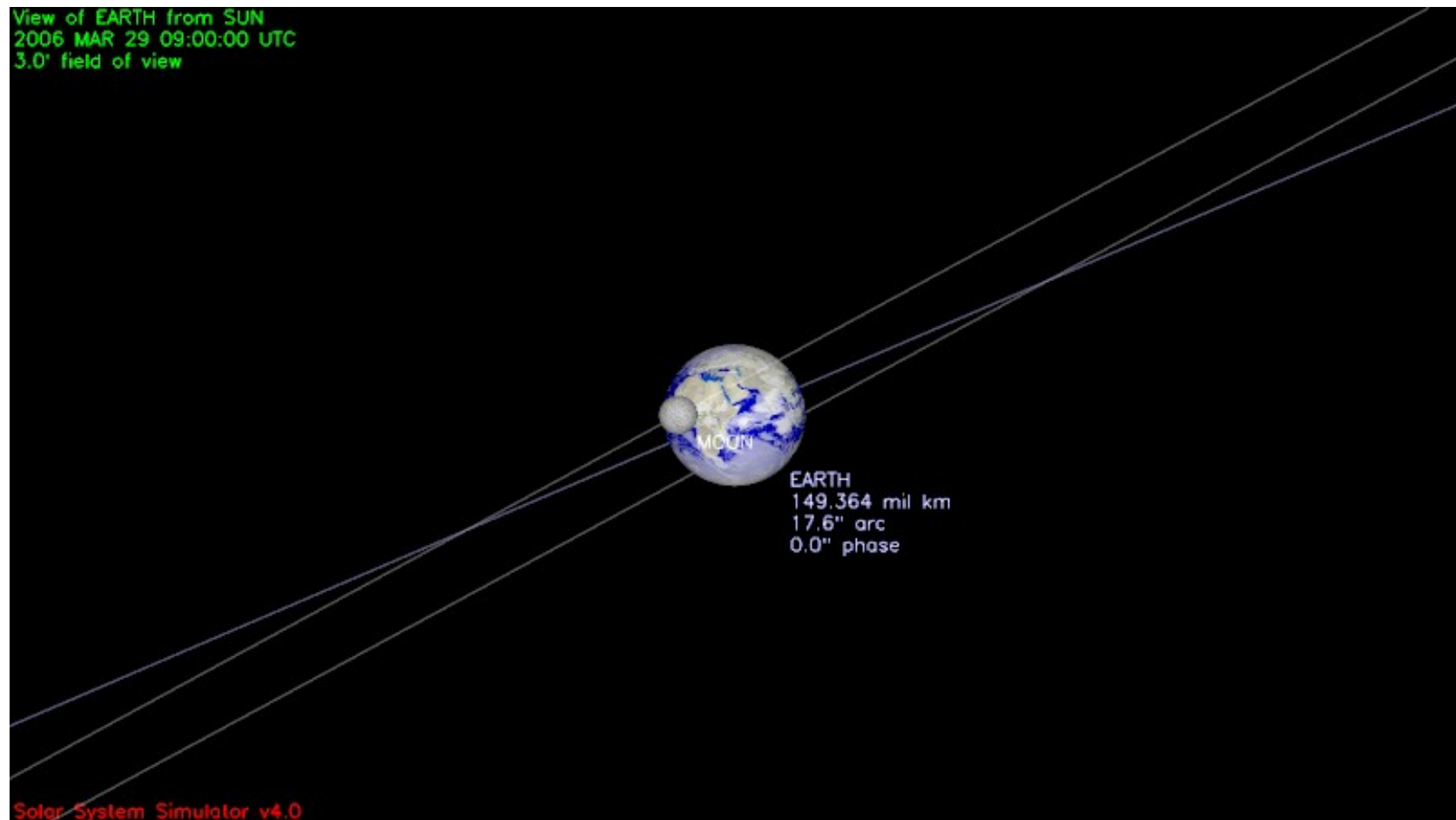


Mentre il 29 marzo 2006...

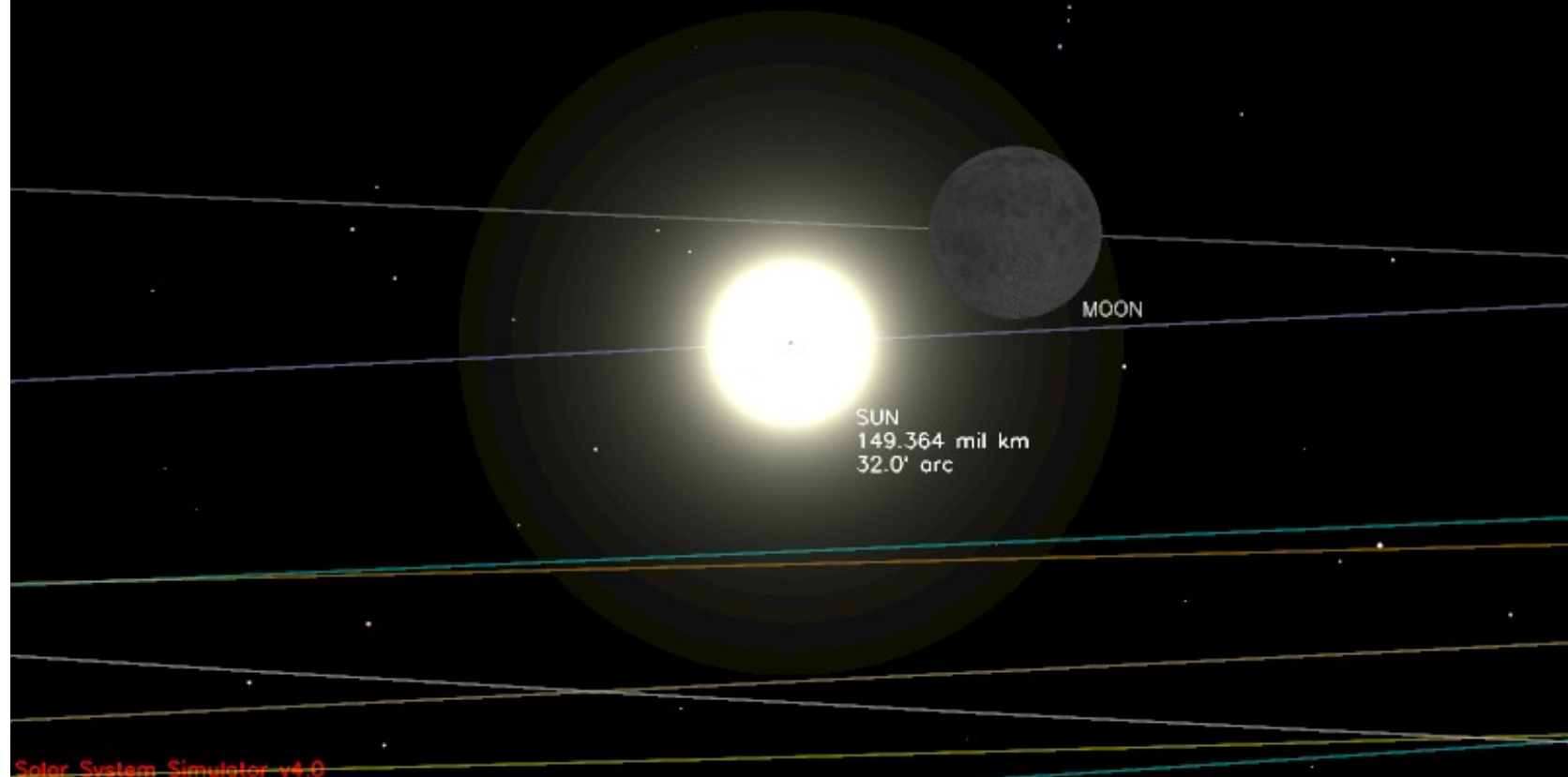
View of EARTH from SUN  
2006 MAR 29 09:00:00 UTC  
30.0° field of view

EARTH  
149.364 mil km  
17.6" arc  
0.0" phase

Solar System Simulator v4.0

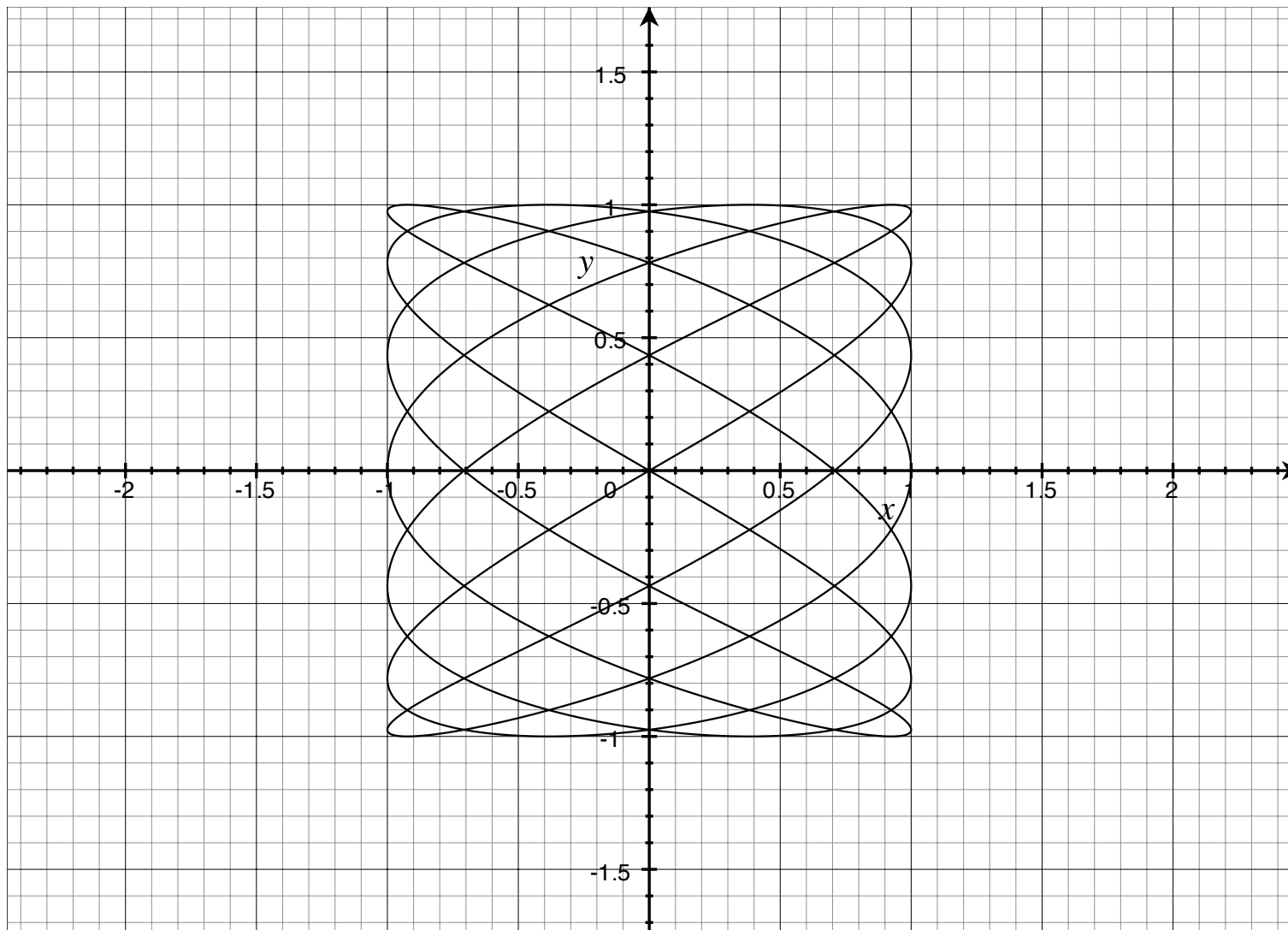


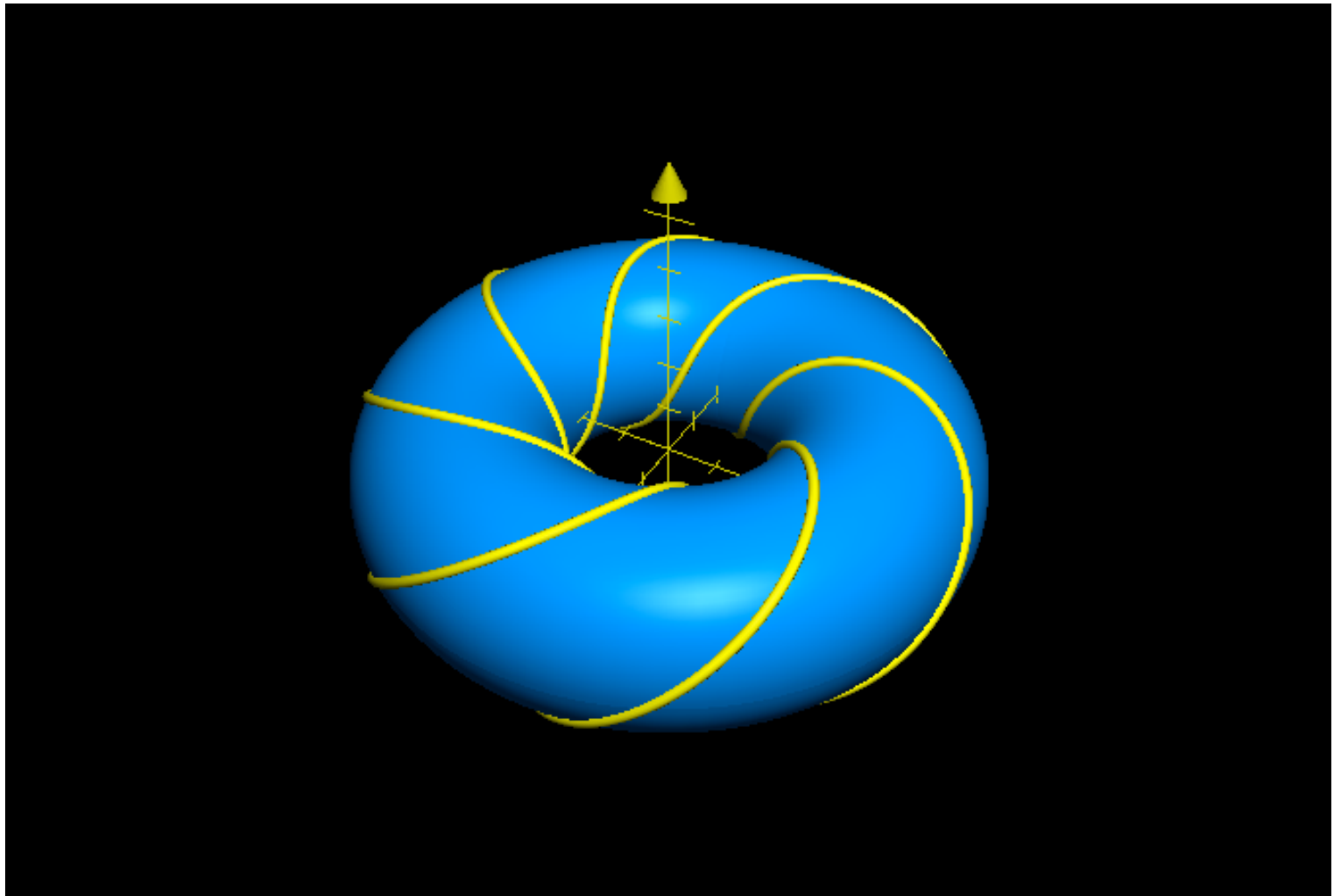
View of SUN from EARTH  
2006 MAR 29 09:00:00 UTC  
5.0° field of view



Come nella descrizione generale del moto dei pianeti ci si è mossi verso **modelli piú semplici e generali**, cosí nella interpretazione dei fenomeni astronomici complessi é possibile utilizzare modelli matematici che **isolano le caratteristiche salienti del fenomeno** senza ricorrere alla descrizione dettagliata di tutto il sistema. Un fenomeno che si presta ad una trattazione di questo tipo é appunto quello delle **eclissi**.

Si tratta di cogliere la struttura matematica di un fenomeno con **due periodicitá...**





Cosa c'entrano questi grafici con le eclissi? Non ve lo possiamo dire in due parole!