
ME410 - Matematiche Elementari da un Punto di Vista Superiore
A.A. 2014/2015 – Appello B – Febbraio 2015

AVVERTENZE: *Svolgere il tema, utilizzando al più 2 facciate di un foglio protocollo e scrivendo in modo chiaro e conciso (nel punteggio si terrà conto della leggibilità del testo elaborato).*

TEMA

- (1) Introdurre le nozioni necessarie per enunciare il teorema di Stone, precisamente:
- (1.a) Dato uno spazio topologico, introdurre la sua algebra booleana duale. In particolare, descrivere esplicitamente l'algebra booleana duale dello spazio topologico (booleano) $\mathcal{X} := \{a, b, c\}$ dotato della topologia discreta.
- (1.b) Introdurre lo spazio topologico booleano duale di un'algebra booleana qualunque. In particolare, sia $\mathbb{F}_2 := \{0, 1\}$ l'algebra booleana con due elementi e sia \mathcal{A} l'algebra booleana
- $$(\mathbb{F}_2 \times \mathbb{F}_2 \times \mathbb{F}_2, \vee, \wedge, ', \mathbf{0}, \mathbf{1}).$$
- descrivere lo spazio topologico booleano duale dell'algebra booleana \mathcal{A} .
- (2) Enunciare il Teorema di Stone.

ESERCIZIO 1. Stabilire se l'insieme prodotto cartesiano $\mathbb{Z}[i] \times (\mathbb{Z}/11\mathbb{Z}) \times \mathbb{Q}$ ha la cardinalità del numerabile oppure del continuo, motivando adeguatamente la risposta.

ESERCIZIO 2. Enunciare e dimostrare il Lemma di Euclide sulla divisibilità nel caso generale di elementi appartenenti a domini che possiedano MCD (e nei quali non sussista una identità di Bézout).