

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2004/2005
ALGEBRA 1
Prof. M. Fontana
Tutorato 3 - Andrea Cova (13 Ottobre 2004)

1. Utilizzando il Principio di Induzione, provare che, per ogni $n \geq 3$, la seguente espressione:

$$2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + \dots + 2 \cdot (n - 1) + 2 \cdot n$$

è uguale ad una soltanto tra le seguenti:

- (a) $3(n-1)$;
- (b) $\frac{n(n+1)}{2}$;
- (c) $n(n+1) - 6$;
- (d) $n(n-1)$.

2. Utilizzando il Principio di Induzione, provare che, per ogni $n \geq 0$, la seguente espressione:

$$3 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + \dots + 3 \cdot (2n - 1) + 3 \cdot (2n + 1)$$

è uguale ad una soltanto tra le seguenti:

- (a) $3 + 9n^2$;
- (b) $\frac{3n(n+1)}{2}$;
- (c) $3(n+1)^2$;
- (d) $(n + 1)n^3$.

3. Dimostrare per induzione su $n \geq 2$ che vale una soltanto tra le seguenti identità:

- (i) $3 + 5 + \dots + (2n - 1) = 3(n - 1)$;
- (ii) $3 + 5 + \dots + (2n - 1) = 3 + 5(n - 2)$;
- (iii) $3 + 5 + \dots + (2n - 1) = (n + 1)(n - 1)$

4. (1) Negare le seguenti proposizioni:

- (a) Se ci sarà un temporale, allora ci saranno delle inondazioni.
- (b) Domani sarà freddo o pioverà.

- (2) Date le proposizioni **P**, **Q**, **R**, scrivere la tabella di verità della proposizione:

$$\neg P \wedge (Q \vee R)$$

5. (1) Negare la seguente proposizione: "Ogni uomo possiede una casa in cui abita"

- (2) Date le proposizioni **P**, **Q**, **R**, scrivere la tabella di verità della proposizione:

$$(\neg P \wedge (Q \vee P)) \wedge R$$

6. Siano $a := 67375$ e $b := 504$. Utilizzando l'Algoritmo Euclideo delle divisioni successive calcolare:

- (1) d e α , $d = \text{MCD}(a, b)$;

- (2) α , β e γ , in modo tale che:

$$d = \alpha \cdot a + \beta \cdot b \text{ [Identità di Bézout]}$$

7. Scrivere in base 5 il numero 1930 (spiegando brevemente il procedimento seguito)

8. Dati $a := 2261$, $b := 1092$, utilizzando l'algoritmo euclideo delle divisioni successive:

- (1) determinare $d := \text{MCD}(a, b)$ (α e β) e da questo dedurre il mcm (a, b) (γ e δ);

- (2) determinare un'espressione del tipo $d = ax + by$ (cioè determinare x , y e α) [Identità di Bézout]