

Tutorato 1 di Algebra 110

a cura di Andrea Cattaneo e Simone Mastrodonato

Università degli studi RomaTRE, Corso di Laurea in Matematica
Anno Accademico 2011/2012

Esercizio 1.

Sia $X \neq \emptyset$, $A, B \subseteq X$. Definire i seguenti insiemi:

$$A \setminus B; A \cap B; A \cup B; X \setminus A;$$

Sia $A \cap B \neq \emptyset$, verificare o negare che:

$$X \setminus (A \cap B) = (X \setminus A) \cup (X \setminus B)$$

$$(X \setminus A) \cap (X \setminus B) = (A \cap B) \cup [X \setminus (A \cup B)]$$

$$A \cup (X \setminus B) = (X \setminus A) \cup B.$$

L'ipotesi ' $A \cap B \neq \emptyset$ ' è *necessaria* ?

Esercizio 2.

In ciascuno dei seguenti casi, trovare, se esistono, due insiemi A, B non vuoti, distinti e infiniti tali che le uguaglianze date siano soddisfatte:

$$A \setminus B = \{\sqrt{k} \mid k \in [0, +\infty[\}$$

$$A \cap B = \{0\}$$

$$A \cup B = \mathbb{Z}$$

Esercizio 3.

Descrivere la tavola di verità di: $(A \Rightarrow (\neg B)) \iff (A \Rightarrow (B \Leftrightarrow (\neg C)))$

Esercizio 4.

Definiamo l'insieme $X := \left\{ \{\emptyset, 1\}, \{2\}, 4, \{\{5\}, 6\} \right\}$

Esibire gli elementi di X .

Sia $z := \{4\}$.

È vero che $z \in X$? È vero che $z \subseteq X$? Descrivere $\mathcal{P}(X)$ (l'insieme delle parti di X)

Esercizio 5.

Siano X un insieme, ρ e φ proprietà distinte.

Definiamo $E := \{x \in X \mid \rho(x) \text{ è vera} \}$ ed $F := \{y \in X \mid \varphi(y) \text{ è vera} \}$.

Supponendo $E \subseteq F$, discutere la veridicità delle seguenti asserzioni :

Se $y_0 \in F$, allora $\rho(y_0)$ è vera.

Se $x_0 \in E$ e $y_0 \in F$, allora $\{x_0, y_0\} \subseteq E$.

Se $x_0 \in E$, allora $\varphi(x_0)$ è vera.

Se $\rho(x_0)$ è vera, allora $\varphi(x_0)$ è vera.