

**Università degli Studi di Roma Tre**  
**Corso di Studi in Matematica, A.A. 2008/2009**  
**TN1 - Introduzione alla Teoria dei Numeri**

**16 marzo 2010**

Martina Lanini

1. Si dimostri che 15 e 255 non sono numeri primi servendosi del Teorema di Fermat.
2. **a)** Determinare, se esiste, il minimo intero  $n > 0$  tale che  $11243^n$  abbia come ultima cifra 7.  
**b)** Determinare, se esiste, il minimo intero  $m > 0$  tale che  $8257^m$  abbia come ultima cifra 5.
3. Determinare le ultime due cifre di  $17^{43}$ .
4. Dimostrare che per ogni intero  $n$  il numero  $n^{13} - n$  risulta divisibile per 2730.
5. Verificare che
$$\begin{aligned}6! &\equiv -1 \pmod{7} \\5!1! &\equiv 1 \pmod{7} \\4!2! &\equiv -1 \pmod{7} \\3!3! &\equiv 1 \pmod{7}\end{aligned}$$
6. Dimostrare che se  $p$  é un primo dispari, allora
  - a)**  $1^{p-1} + 2^{p-1} + \dots + (p-1)^{p-1} \equiv -1 \pmod{p}$
  - b)**  $1^p + 2^p + \dots + (p-1)^p \equiv 0 \pmod{p}$
  - c)**  $2p \mid 2^{2p-1} - 2$ .