

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di AL110- 15 Ottobre 2010

A.A. 2010-2011 - Docente: Prof. Marco Fontana

Tutori: Cesare Catavittello e Alessandra Albanese

TUTORATO 2

15 OTTOBRE 2010

1. Dare la definizione di massimo comun divisore e quella di minimo comune multiplo fra due numeri interi non nulli.
2. Siano $a, b, c \in \mathbf{Z}$. Mostrare che, se a divide bc e $\text{MCD}(a, b) = 1$, allora a divide c .
3. Trovare il MDC e tutte le identità di Bézout fra le seguenti coppie di numeri:
 - a) $(72, 120)$
 - b) $(89, 34)$
 - c) $(531172, 31255)$
 - d) $(44, 126)$
4. Sia $n \in \mathbf{N} - \{0\}$. Dimostrare che:
 - a) $10^n - 1$ è un multiplo di 9.
 - b) $3^{2n} - 1$ è un multiplo di 8.
 - c) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$.
 - d) $\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$. Cosa è un numero poligonale?
 - e) $\sum_{k=1}^n (4k-1) = n(2n+1)$.
5. Dimostrare, applicando il Principio di ampia induzione, che:
 - a) Ogni numero intero positivo n si può scrivere come somma di potenze di 2 distinte.
 - b) Ogni numero intero positivo n si può scrivere come somma di numeri di Fibonacci a due a due non consecutivi.
6. Rappresentare i seguenti numeri scritti in base 10, in base 2, 3 e 8:
 - a) 2010
 - b) 564
 - c) 1492
 - d) 1991
 - e) 8
 - f) $\frac{5}{8}$ (solo in base 2)

7. Rappresentare in base 10 i seguenti numeri scritti in base 2.
- a) 11111001111
 - b) 101101
 - c) 10011101
 - d) 1010101
8. Risolvere, se possibile, le seguenti equazioni diofantee:
- a) $7x + 3y = 5$
 - b) $22x + 36y = 10$
9. Trovare tutti gli $n \in \mathbf{Z}$ tali che $\frac{3n}{n+7} \in \mathbf{Z}$.
10. Un fattore acquista un certo numero di mucche e di maiali pagando 8 euro per ogni mucca e 5 euro per ogni maiale. In totale spende 81 euro. Quante mucche e quanti maiali ha acquistato?