

# Tutorato di AL110- 2010

A.A. 2010-2011 - Docente: Prof. Marco Fontana

Tutori: Cesare Catavittello e Alessandra Albanese

TUTORATO 7

26 NOVEMBRE 2010

1. Dire quali tra le seguenti definizioni di iniettività sono corrette:  
Siano  $A, B$  due insiemi non vuoti e sia  $f : A \rightarrow B$  una funzione;
  - a)  $\forall a_1, a_2 \in A, f(a_1) = f(a_2) \Rightarrow a_1 = a_2$
  - b)  $\forall a_1, a_2 \in A, f(a_1) \neq f(a_2) \Rightarrow a_1 = a_2$
  - c)  $\forall b \in f(A), \exists! a \in A$  t.c.  $f(a) = b$
  - d)  $\forall a_1, a_2 \in A$  se  $a_1 = a_2 \Rightarrow f(a_1) = f(a_2)$
  - e)  $|f(A)| = |A|$ .
2. Dimostrare l'equivalenza delle proposizioni logiche corrette dell'esercizio precedente.
3. Dare la definizione di suriettività .
4. Siano  $A, B$  due insiemi non vuoti e  $f : A \rightarrow B$  una funzione; dimostrare che:
  - a)  $f$  é biiettiva  $\Leftrightarrow \forall b \in B, \exists! a \in A$ , t.c.  $f(a) = b$
  - b)  $f$  é iniettiva  $\Leftrightarrow f$  ammette inverso a sinistra
  - c)  $f$  é suriettiva  $\Leftrightarrow f$  ammette inverso a destra
  - d) se  $|B| < |A| \Rightarrow f$  é suriettiva
  - e)  $f$  può essere scrutta come composizione di tre funzioni.
5. Sia inoltre  $g : B \rightarrow C, C \neq \emptyset$ ;  
mostrare che:
  - a)  $g \circ f$  é iniettiva  $\Leftrightarrow f$  e  $g$  sono iniettive
  - b)  $g \circ f$  é biiettiva  $\Leftrightarrow g$  é suriettiva e  $f$  é iniettiva
6. Dire se le seguenti funzioni siano iniettive, suriettive, calcolarne immagine e l'inversa dove possibile:
  - a)  $f : \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ , t.c.  $f(x) = x^2 + 1$
  - b)  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , t.c.  $g(x) = 4x + 3$
  - c)  $h : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , t.c.  $h(x) = \log x$
  - d)  $i : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ , t.c.  $i(n) = n!$
  - e)  $l : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ , t.c.  $l(n) = (-1)^n n$

- f)  $a : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ , t.c.  $a(n) = \left(\frac{1}{n}\right)$
- g)  $b : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , t.c.  $b(x) = \log(x^2)$
- h)  $c : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ , t.c.  $c(x) = \exp(x)$
- i)  $d : \mathbb{R} \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \cup \{0\}$ , t.c.  $d(x) = \sqrt{x}$
- j)  $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  t.c.  $p(x) = x^n$
- k) Sia  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $\chi_A : \mathbb{R} \rightarrow \{\{0\}, \{1\}\}$ , ove  $\chi_A$  é la *funzione caratteristica* di  $A$ .

7. Risolvere se possibile le seguenti congruenze:

- a)  $4^7x \equiv 3 \pmod{5}$
- b)  $2^{14}x \equiv 5 \pmod{3}$
- c)  $7^{65}x \equiv 8 \pmod{13}$
- d)  $5^9x \equiv 4 \pmod{25}$
- e)  $64x \equiv 9 \pmod{7}$
- f)  $24x \equiv 12 \pmod{20}$

8. Risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} 24x \equiv 32 \pmod{7} \\ 25x \equiv 3 \pmod{2} \\ 56x \equiv 32 \pmod{5} \\ 71x \equiv 1 \pmod{3} \end{cases} .$$