

**AL 1 - Lavoro guidato**  
Giovedì 2 novembre 2006

1. Dimostrare per induzione su  $n$  che per ogni  $a, b \in \mathbb{R}$  e per ogni  $n \in \mathbb{N}$ ,

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k.$$

2. Sia  $A$  un insieme con  $n$  elementi. Dimostrare che  $\mathcal{P}(A)$  ha  $2^n$  elementi nei seguenti modi:
- (a) Utilizzando in modo opportuno la formula dimostrata nell'Esercizio 1.
  - (b) Per induzione su  $n$ .
3. Calcolare utilizzando l'algoritmo euclideo delle divisioni successive il massimo comun divisore di 195 e 70 e una identità di Bezout.
4. Determinare (se esistono) due interi  $x$  e  $y$  tali che  $13x + 17y = 35$ .
5. Dimostrare che per ogni  $a \in \mathbb{Z}$  si ha  $\text{MCD}(14a + 3, 21a + 4) = 1$ .