



**Soluzione 1.3.** Per semplicità supponiamo che  $\text{Ord}(H \cap K) = 1$ , i.e.  $H \cap K = \{e\}$ . Dobbiamo dimostrare che  $|HK| = \text{Ord}(H)\text{Ord}(K)$ .

Procediamo per assurdo. Supponiamo che esistano  $h, h' \in H$  e  $k, k' \in K$  distinti tali che  $hk = h'k'$

$$hk = h'k' \tag{6}$$

$$h^{-1}h = k'k^{-1} \tag{7}$$

Dunque  $h^{-1}h \in H \cap K$  e  $k'k^{-1} \in H \cap K$  ne segue che  $h = h'$  e

(b) *Le classi laterali destre sono*

$$\begin{aligned}H &= \{1, a^5\} = Ha^5 \\Ha &= \{a, a^6\} = Ha^6 \\Ha^2 &= \{a^2, a^7\} = Ha^7 \\Ha^3 &= \{a^3, a^8\} = Ha^8 \\Ha^4 &= \{a^4, a^9\} = Ha^9\end{aligned}$$

6. Sia  $a \in G$ , definiamo  $C(a) = \{x \in G : xa = ax\}$ . Dimostrare che  $C(a)$  è un sottogruppo di  $G$ .  $C(a)$  si chiama il centralizzante di  $a$  in  $G$ .

(a)  $H(U \cap K)$  è normale in  $H(U \cap V)$

*Consideriamo i due parallelogrammi che formano le ali della farfalla,*



(a) 2

(b) 10

Supponiamo  $\ker = K_4$  e  $Im = I_3$

(h) 18  
(i) 7  
(j) 14  
(k)

Soluzione 4.1. •

(c)  $N( id,$

## 6 Numeri Complessi e radici dell'unità

1. Sia  $H$  il gruppo delle radici cubiche dell'unità, dimostrare che

$$\mathbb{C} / H = \mathbb{C} .$$

**Soluzione 6.1.** Consideriamo l'applicazione  $f(z) = z^3$ . Allora è facile verificare che