

AL410 Fondamenti di Algebra Commutativa

A.A. 2017/2018

Prof. Stefania Gabelli

1. Moduli

Moduli e sottomoduli. Operazioni tra sottomoduli. Annullatore. Omomorfismi e moduli quoziente. Generatori e basi. Matrici su un anello e loro proprietà. Moduli liberi. Invarianza del rango. Proprietà universale dei moduli liberi.

Somma diretta e prodotto diretto. Proprietà universali. Successioni esatte. Successioni esatte che si spezzano. Esattezza del funtore Hom. Moduli proiettivi. Cenni sui moduli iniettivi.

Prodotto tensoriale di moduli. Proprietà universale. Prodotto tensoriale di algebre. Esattezza del prodotto tensoriale. Moduli piatti. Estensione e restrizione degli scalari.

Il Teorema di Cayley-Hamilton. Il Lemma di Nakayama.

2. Ideali

Operazioni tra ideali. Omomorfismi di anelli e anelli quoziente. Ideali primi e primari. Lemma di Zorn. Ideali massimali e minimali. Radicale di Jacobson e Nilradicale. Ideali radicali. Anelli ridotti.

Il Teorema Cinese dei Resti. Prime Avoidance Theorem.

Ideali frazionari di domini. Ideali invertibili.

3. Anelli di Frazioni

Parti moltiplicative. Parti moltiplicative saturate. Anelli e moduli di frazioni. Estensione e contrazione di ideali. Ideali primi e primari in anelli di frazioni.

Anelli locali. Proprietà locali. L'anello delle serie formali su un campo.

4. Anelli e Moduli Noetheriani e Artiniani

Condizioni delle catene e proprietà equivalenti.

Anelli e moduli noetheriani. Moduli e algebre su anelli noetheriani. Il Teorema della Base di Hilbert. Il Teorema di Cohen.

Decomposizione primaria di ideali. Teoremi di unicità. Primi associati e zerodivisori.

Anelli e moduli artiniani. Teorema di caratterizzazione degli anelli artiniani.

Il Teorema dell'Intersezione di Krull. Il Teorema dell'Ideale Principale.

5. Dipendenza Integrale

Dipendenza integrale e chiusura integrale. Proprietà di stabilità e transitività della dipendenza integrale. Lying over, Inc e Going up. Dimensione di Krull della chiusura integrale. Cenni sulla noetherianità della chiusura integrale.

Anelli di valutazione e loro caratterizzazioni. Anelli di valutazione discreta. Enunciato del Teorema di Krull sulla chiusura integrale. Domini di Dedekind.

TESTI CONSIGLIATI

- [1] M. F. ATIYAH, I. G. MACDONALD, *Introduction to Commutative Algebra*. Addison-Wesley, (1969).
- [2] R. Y. SHARP, *Steps in Commutative Algebra*. London Math. Soc. Student Texts, 51, Cambridge University Press, Cambridge, (2000).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO

Per gli studenti che abbiano superato le prove scritte in itinere, l'esame consiste in un colloquio orale, volto ad accertare l'acquisizione da parte dello studente dei concetti e dei metodi illustrati nel corso.

Concorrono alla definizione del voto di esame la partecipazione alle esercitazioni in classe e l'eventuale svolgimento di argomenti complementari al corso (tesine).