

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica - a.a. 2012/2013
AL420 - Teoria Algebrica dei Numeri (Prof. S. Gabelli)
Esercizi 9 - Gruppo delle Classi

1. Dimostrare che $\mathbb{Z}[\omega_d]$ è a fattorizzazione unica per $d = -19, -43, -67, -163$.
2. Sia $K := \mathbb{Q}(\sqrt{23})$. Verificare che $Cl(\mathcal{O}_K) = 0$.
3. Sia $K := \mathbb{Q}(\sqrt{-10})$. Verificare che il numero delle classi di \mathcal{O}_K è 2.
4. Sia $K := \mathbb{Q}[i\sqrt{47}]$. Verificare che $Cl(\mathcal{O}_K)$ è ciclico di ordine 5.
5. Sia $p(X) := X^3 - X - 1$.
 - (1) Verificare che $p(X)$ è irriducibile su \mathbb{Q} .
 - (2) Posto $K = \mathbb{Q}(\theta)$, dimostrare che $\mathcal{O}_K = \mathbb{Z}[\theta]$.
 - (3) Verificare che $\mathbb{Z}[\theta]$ è a fattorizzazione unica.