

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica - a.a.2003/2004
TE1 - Teoria delle Equazioni e Teoria di Galois
Prof. S. Gabelli
Tutorato 11 - a cura di G. Armellino

1. Determinare tutti i sottocampi del 15-simo ampliamento ciclotomico.
2. Determinare esplicitamente il gruppo di Galois su \mathbb{Q} dei polinomi

$$X^4 + 25, \quad X^7 - 2, \quad X^6 - 8.$$

3. Stabilire se i seguenti polinomi sono risolubili per radicali:

$$X^5 + 3X^3 - 5X^2 - 15, \quad X^5 + 2X^2 - 2X - 2.$$

4. Risolvere l'equazione

$$f(X) := X^4 - 3 = 0$$

usando il metodo della risolvente cubica.

Verificare che il campo di spezzamento di $f(X)$ su \mathbb{Q} è ottenuto aggiungendo una radice di $f(X)$ al campo di spezzamento della risolvente.

5. Siano $\alpha = \sqrt{r + s\sqrt{t}}$ e $\beta = x\sqrt{a} + y\sqrt{b}$ di grado quattro su \mathbb{Q} .
Mostrare che se $\alpha = \beta$ allora $r^2 - s^2t$ è un quadrato in \mathbb{Q} confrontando i due polinomi minimi di α e β .
6. Stabilire se l'angolo di 30 gradi è costruibile con riga e compasso.