

**Università degli Studi Roma Tre**  
**Corso di Laurea in Matematica - a.a.2003/2004**  
**TE1 - Teoria delle Equazioni e Teoria di Galois**  
**Prof. S. Gabelli**  
**Tutorato 8 - a cura di G. Armellino**

1. Mostrare che l'ampliamento  $F \subseteq K$  è biquadratico se e soltanto se il suo gruppo di Galois su  $F$  è un gruppo di Klein.
2. Determinare per quali valori di  $n \leq 30$  il poligono regolare di  $n$  lati è costruibile con riga e compasso.
3. Stabilire se gli angoli di ampiezza uguale a 10 e 24 gradi sono costruibili con riga e compasso.
4. Mostrare che l'equazione

$$f(X) = X^3 - 2pX + p \in \mathbb{Q}[X]$$

con  $p$  primo, ha tre radici reali distinte e determinare queste radici con le formule di Tartaglia-Cardano.

5. Risolvere per radicali il settimo polinomio ciclotomico.
6. Calcolare il polinomio di Vandermonde in  $n$  indeterminate e mostrare che esso è uguale a

$$\prod_{1 \leq i < j \leq n} (X_i - X_j).$$

7. Mostrare che il polinomio

$$(X + Y)(X + Z)(Y + Z) \in F[X, Y, Z]$$

è simmetrico ed esprimerlo in funzione dei polinomi simmetrici elementari.